C611-19

LA PROPORCIONALIDAD COMO OBJETO DE ENSEÑANZA DEL DOCENTE

María Elena RUIZ

Universidad Nacional del Comahue - Argentina
meruiz@uncoma.edu.ar

RESUMEN

En este trabajo presentamos un estudio con docentes de matemática de nivel primario alrededor del concepto de proporcionalidad, contenido matemático de la escolaridad obligatoria. En particular nos interesa estudiar la concepción de la enseñanza de esta noción que tienen docentes de matemática del último ciclo de nivel primario.
El concepto de proporcionalidad es básico en la enseñanza de la matemática, juega un rol importante en la comprensión de las relaciones entre las magnitudes físicas, ciertas nociones matemáticas como las fracciones, escalas, porcentaje le son dependientes. Su adquisición es compleja y se logra a lo largo de varios años, se aborda desde la Escuela General Básica (EGB) - Nivel primario y continúa en la Educación Polimodal - Nivel medio.
Nuestro objetivo es identificar aquellos elementos que nos dan información acerca de cómo concibe el docente la enseñanza de la proporcionalidad. Intentamos caracterizar la actividad de enseñanza de la proporcionalidad teniendo en cuenta el proceso de planificación realizado por el docente y las actividades que él dice realizar.
La metodología que hemos utilizado en esta investigación es de tipo cualitativo, pues lo que se busca es caracterizar y comprender lo que dicen los docentes de matemática del nivel primario sobre la enseñanza de este concepto. Como método de recolección de datos hemos optado por las entrevistas, ya que la realización de las mismas permite que ellos expliciten lo que piensan y saben acerca de la proporcionalidad en cuanto a contenidos, relación con otros conceptos, representaciones, aplicaciones, ejemplos, etc., y cómo perciben su enseñanza.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo presentamos un estudio con docentes de matemática de nivel primario alrededor del concepto de proporcionalidad, contenido matemático de la escolaridad obligatoria. En particular nos interesa estudiar la concepción de la enseñanza de esta noción que tienen docentes de matemática del último ciclo de nivel primario.
El concepto de proporcionalidad es básico en la enseñanza de la matemática, juega un rol importante en la comprensión de las relaciones entre las magnitudes físicas, ciertas nociones matemáticas como las fracciones, escalas, porcentaje le son dependientes. Su adquisición es compleja y se logra a lo largo de varios años, se aborda desde la Escuela General Básica (EGB) - Nivel primario y continúa en la Educación Polimodal - Nivel medio.
La noción de proporcionalidad reviste gran importancia no sólo en el dominio de las actividades matemáticas de la escolaridad obligatoria, sino también en numerosas aplicaciones de la ciencia y la técnica, por ejemplo en Física (permite estudiar y explicar las relaciones entre magnitudes), en Química (se aplica al equilibrar las mezclas), en Geografía (se utiliza en el control de ciertas situaciones a estudiar, utilizando escalas).

Objetivo

Nuestro objetivo es identificar aquellos elementos que nos dan información acerca de cómo concibe el docente la enseñanza de la proporcionalidad. Intentamos caracterizar la actividad de enseñanza de la proporcionalidad teniendo en cuenta el proceso de planificación realizado por el docente y las actividades que él dice realizar.

METODOLOGÍA

La metodología que hemos utilizado en esta investigación, es de tipo cualitativo, pues lo que se busca es caracterizar y comprender lo que dicen los docentes de matemática del nivel primario sobre la enseñanza de este concepto.

Como método de recolección de datos hemos optado por las entrevistas, ya que la investigación debe dar un lugar privilegiado a la palabra de los docentes y la realización de entrevistas permite que ellos expliciten lo que piensan y saben acerca de la proporcionalidad en cuanto a contenidos, relación con otros conceptos, representaciones, aplicaciones, ejemplos, etc., y cómo perciben su enseñanza.

El análisis de las planificaciones que los docentes realizan para la enseñanza del tema, también es importante considerarlo ya que éste nos permite conocer cuáles son los elementos que tienen en cuenta para la enseñanza de la proporcionalidad.

Para atender a nuestros objetivos se llevaron a cabo entrevistas con docentes voluntarios del último ciclo del nivel primario de la provincia de Río Negro. La decisión de considerar a los docentes de este último ciclo se debe a que curricularmente la noción de proporcionalidad está presente en estos años.

La cantidad de docentes entrevistados se decidió de acuerdo al criterio de redundancia propuesto por Lincoln & Guba (1985), según el cual, si el propósito de las entrevistas es obtener la mayor información posible, este proceso finaliza cuando nuevas entrevistas no amplíen la información existente. Se entrevistaron un total de ocho docentes, cinco mujeres y tres varones.

En algunos casos, cuando fue necesario, realizamos más de una entrevista con el docente, donde poco a poco fuimos incorporando nuevos elementos que nos permitieron tener una idea más acabada sobre sus pensamientos, ideas, conocimientos, propuestas, etc.

Las entrevistas fueron grabadas en su totalidad y se realizaron en el lugar de trabajo del docente, es decir en la escuela donde imparte sus clases, durante las “horas especiales”[12].

El material recogido en las entrevistas fue desgrabado y dactilografiado en su totalidad y luego sometido al análisis.

El análisis de las entrevistas se completó con datos provenientes de las planificaciones que algunos de los docentes entrevistados nos facilitaron. Las mismas se utilizaron para extraer algunos ejemplos de actividades propuestas, definiciones y representaciones en tablas o en gráficos cartesianos.

LA PROPORCIONALIDAD Y SU ENSEÑANZA

El trabajo que presentamos en esta oportunidad forma parte de un estudio más amplio que contempla tres dimensiones de análisis:

- La proporcionalidad como objeto de enseñanza del docente
- La proporcionalidad como noción disponible del docente

[12] Horas especiales: se llaman así las horas que corresponden a las disciplinas Educación Física, Plástica y Música.

- La proporcionalidad en el currículum

En la primera dimensión tuvimos en cuenta cuál es la propuesta del docente para que los alumnos aprendan la noción de proporcionalidad y cómo lleva adelante su proyecto de enseñanza.
En la segunda dimensión consideramos al docente frente a situaciones problemáticas, analizando qué estrategias utiliza y qué elementos considera para reconocer una situación proporcional, diferenciándola de otra que no lo es.
Finalmente, incluimos un análisis de los diseños curriculares o documentos para el currículum, pues son los referentes que los docentes utilizan para llevar a cabo su tarea de enseñanza.
Nos ocuparemos en este trabajo sólo de la primera dimensión de análisis: “La proporcionalidad como objeto de enseñanza del docente”.
Para realizar este análisis atendimos a aspectos que den cuenta de cuáles son los elementos que el docente considera en su proyecto para la enseñanza y aspectos que den cuenta de cómo el docente hace actuar la proporcionalidad en su proyecto de enseñanza. Así distinguimos para este análisis los siguientes aspectos:

- propósitos para la enseñanza,
- conceptos, representaciones, técnicas que los docentes vinculan con la proporcionalidad.
- ejemplos propuestos
- tipo de tareas que les proponen a los alumnos

PROPÓSITOS PARA LA ENSEÑANZA

De acuerdo a las entrevistas realizadas y a las planificaciones analizadas, los propósitos para la enseñanza de la proporcionalidad, pueden clasificarse en tres grupos:

- los que hacen referencia a la **resolución de problemas,**
- los que hacen referencia a tareas de **reconocimiento** y
- los que hacen referencia a **lectura e interpretación.**

En el <u>primer grupo</u> identificamos a los docentes que en las entrevistas han manifestado que el propósito o el objetivo de la enseñanza de la proporcionalidad es que los alumnos puedan resolver “*problemas de la vida diaria*” o “r*elacionar la matemática con la realidad*” o para “*aplicarla en la economía de la casa o de otros oficios*” (éste último fue indicado por un solo docente).
En cuanto al <u>segundo grupo</u> identificamos a los docentes que al hablar de propósitos de la enseñanza de la proporcionalidad lo hacen en términos de “reconocimiento”. Así, encontramos aquellos que manifiestan que los alumnos sepan “*reconocer si una situación es o no de proporcionalidad*”, o que sepan diferenciar si “*una situación es de proporcionalidad directa o inversa*”, también quien planteó que el alumno pueda reconocer si “*una situación se puede resolver con Regla de tres*”. En el mismo sentido, en términos de reconocimiento, un docente planteó como propósito que los alumnos “*reconozcan las propiedades de la proporcionalidad*” y otro que “*reconozcan que el porcentaje es un caso especial de la proporcionalidad*”.
En el <u>tercer grupo</u> identificamos las respuestas de los docentes que consideran como propósito de la enseñanza de la proporcionalidad la “*lectura e interpretación*” de tablas o de gráficos cartesiano.
También encontramos sólo un docente que, además de los propósitos señalados, hace referencia a la anticipación cuando dice: “*para anticipar resultados, por ejemplo si viajan poder prever el tiempo de viaje de acuerdo a la velocidad que lleven*” [proporcionalidad

inversa] o “*el gasto en combustible de acuerdo a los kilómetros que realicen*” [proporcionalidad directa]. En este propósito podemos vislumbrar la presencia de una concepción de proporcionalidad como función, si consideramos que uno de los objetivos del estudio de las funciones es el de la predicción o anticipación.

En general, los docentes que expresan la “resolución de problemas” como propósito de la enseñanza de la proporcionalidad, manifiestan su preocupación de proponer situaciones “ligadas a la vida real”, situaciones “concretas”. Esta preocupación también está presente en los “Propósitos” de los diseños curriculares que los docentes consultan y en el apartado “Ideas Básicas” del Diseño Curricular E.G.B. 1 y 2 (1997), cuando explicita, por ejemplo, que “*la medida es una forma de explorar la realidad y ayuda a ver la utilidad de la matemática en la vida cotidiana,…*” (p.207).

Es importante destacar la preocupación de los docentes por las actividades de reconocimiento como superadoras de las meras actividades de cálculo.

CONCEPTOS, REPRESENTACIONES, TÉCNICAS QUE LOS DOCENTES VINCULAN CON LA PROPORCIONALIDAD

Otro aspecto que tuvimos en cuenta para conocer el proyecto de enseñanza del docente es la selección de contenidos que realiza. Aquí vamos a considerar los conceptos que vincula con la proporcionalidad como así también las técnicas y representaciones que enfatiza.

Dichos conceptos, técnicas y representaciones los agrupamos según correspondan a proporcionalidad directa, inversa o no proporcional. Así tenemos:

Proporcionalidad directa

- Constante de proporcionalidad
- Gráficos cartesianos
- Tablas
- Regla de tres simple directa
- Razones y proporciones
- Propiedades
- Magnitudes directamente proporcionales
- Funciones directamente proporcionales
- Regla de tres compuesta

Proporcionalidad inversa

- Constante
- Gráficos cartesianos
- Tablas
- Regla de tres simple inversa
- Propiedades
- Magnitudes inversamente proporcionales
- Funciones inversamente

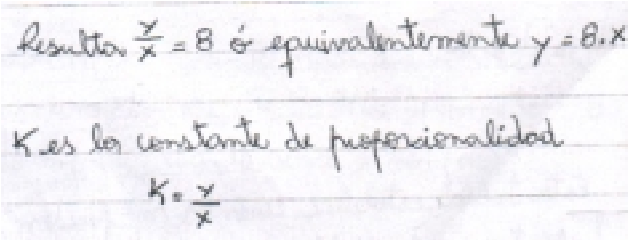
No Proporcional

- Funciones inversamente proporcionales

Pudimos observar que los temas comunes en las propuestas de todos los docentes entrevistados son la “constante de proporcionalidad” y los “gráficos cartesianos” en la Proporcionalidad directa.

En relación a la “constante de proporcionalidad” algunos docentes la consideran solamente en un contexto numérico (cuando intervienen magnitudes no se hace referencia a la misma),

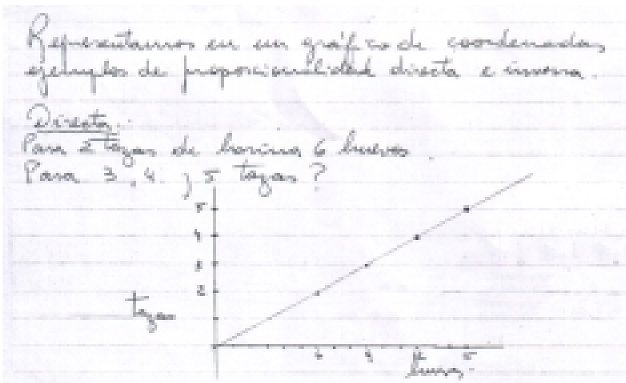
como el valor que corresponde a *y*/*x*, sin atribuirle significado alguno, según las palabras de uno de los docentes:
Y después sacaban lo que era la constante de proporcionalidad, a partir de sacar el cociente entre los valores.
O en la frase extraída de la planificación de otro de los docentes:
El cociente entre las cantidades que se corresponden es siempre el mismo (constante).
Otro docente se refiere a la constante de proporcionalidad directa en el mismo sentido, como lo muestra un extracto de su planificación:

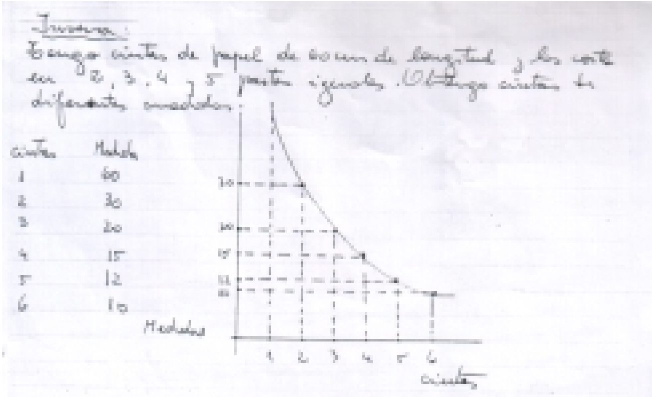

Resulta $\frac{y}{x} = 8$ ó equivalentemente $y = 8.x$

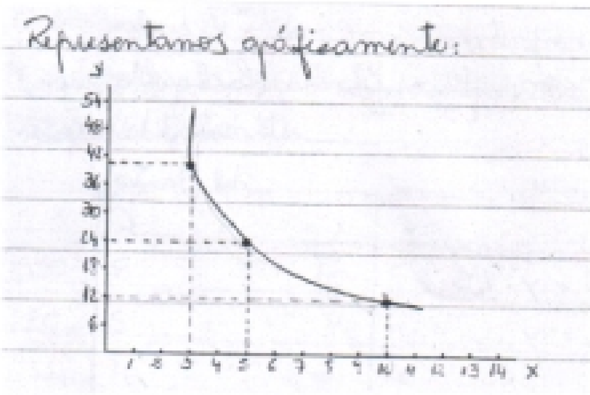
K es la constante de proporcionalidad

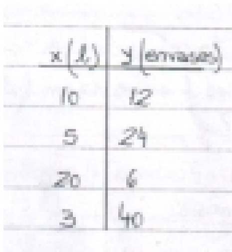
$K = \frac{y}{x}$

Sólo un docente considera a la constante de proporcionalidad, no sólo en un contexto numérico, sino que también la hace intervenir en el contexto de las magnitudes, buscando darle un significado, según lo expresa él mismo:
Qué significa esa constante y trabajo también sobre el valor de la constante con las tablas. Después, estos datos, en general, hay muchos chicos que aplican al hacer el planteo, muchos ya vienen con el planteo estructurado de proporcionalidad directa [se refiere al uso de la constante de proporcionalidad] *, se dan cuenta que la constante es el valor de uno, por ejemplo de una fotocopia, de un autito, de un camión, entonces le empiezan a dar un sentido a que cuando dividen por tanto lo que están buscando es el valor de uno, y en general la constante en la proporcionalidad directa es el valor de uno, cuánto pesa uno o cuánto cuesta uno.*
El mismo docente se refiere a la constante de proporcionalidad directa como el valor que se obtiene cuando se hacen los cocientes *y*/*x*, pero también podría ser si se efectúan los cocientes *x*/*y*. En este punto hace referencia al cuidado que hay que tomar para que la constante siempre tenga sentido, sea cual sea la que se tome (al respecto hay un análisis más detallado en la sección "Tipo de tareas").
Como lo dijimos anteriormente, todos los docentes tienen en cuenta los "gráficos cartesianos" en su propuesta de enseñanza. En general aparecen como otra forma de presentar los resultados, aunque observamos que no se los utiliza para la resolución de problemas.
Los siguientes gráficos cartesianos son algunos de los que figuran en las planificaciones de los docentes:









x (l)	y (envases)
10	12
5	24
20	6
3	40

Estos ejemplos muestran que los gráficos, si bien aparecen como otra forma de presentar los resultados, en algunos casos, no representan a la situación problemática en cuestión. Esto ocurre cuando interviniendo magnitudes discretas se unen con una línea continua los puntos del plano cartesiano que representan a dicha situación problemática, sin considerar que el conjunto numérico (del dominio o de la imagen) es discreto.

Otros temas presentes en las propuestas de la mayoría de los docentes entrevistados, (todos con excepción de uno), son las “tablas” y la “regla de tres simple”.

En relación a las tablas, los docentes las presentan para completarlas o analizarlas y determinar si corresponden a una relación de proporcionalidad directa y/o inversa, o a ninguna de las dos. En algunos casos, a partir de un enunciado de problema, se propone la construcción de una tabla con los datos. Pareciera cumplir el mismo rol que el del gráfico, una forma diferente de presentar los datos. No se registró en las entrevistas o en las planificaciones alguna reflexión sobre su utilización.

La regla de tres simple está presente en prácticamente todas las propuestas de los docentes. Algunos de ellos la consideran como lo básico de la proporcionalidad, como podemos apreciarlo en sus expresiones:

Sí, yo creo que los chicos llegan a 6º grado con poco conocimiento de haber trabajado proporcionalidad anteriormente, no saben ni siquiera la regla de tres simple [el subrayado es nuestro]

Ni siquiera las expresiones, digamos, las expresiones comunes, no sé, la regla de tres, porcentaje, ni siquiera ese tipo de expresiones se trabajan acá [se refiere a los cursos de 6º grado de la escuela donde enseña]

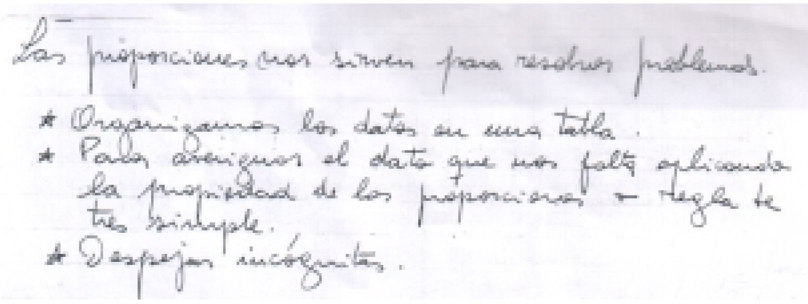
Para otros docentes la regla de tres y la proporcionalidad son el mismo concepto, según palabras de uno de ellos:

Los padres dicen regla de tres simple, entonces vos ahí les decís esto es proporcionalidad, institucionalizás el concepto que los padres lo saben y es lo mismo... Claro, nosotros a los padres los matamos porque les cambiamos los nombres por los modernos.

Hemos notado que en general la regla de tres se propone cuando hay que calcular para sólo un valor y además, los números que intervienen son racionales no enteros (sean los datos o el valor del resultado). Si los números son enteros (generalmente enteros positivos) proponen el uso de tablas. En la sección “Tipo de tareas”, se analiza con más profundidad esta cuestión.

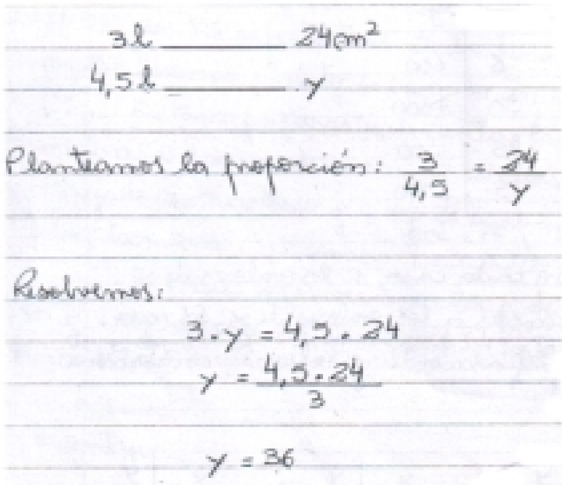
Sobre la “regla de tres compuesta”, sólo un docente declara haber presentado alguna vez problemas de este tipo. Este tema no figura en ninguno de los documentos curriculares analizados, pero sí hemos observado que algunos libros de texto[13] la presentan como “proporcionalidad compuesta”.

En cuanto a “razones y proporciones”, son cinco los docentes que las tienen en cuenta en su proyecto de enseñanza. En algunos casos se presentan con el objetivo de usarlas en la resolución de problemas como se evidencia en el fragmento de la planificación de uno de los docentes:


Las proporciones nos sirven para resolver problemas.

* Organizamos los datos en una tabla.
* Para averiguar el dato que nos falta aplicando la propiedad de las proporciones → regla de tres simple.
* Despejar incógnitas.

En el mismo sentido, otro docente plantea el uso de proporciones para resolver por regla de tres simple, aunque en este caso no se evidencia el uso de la propiedad fundamental de las proporciones[14], ya que esto no queda explicitado en su planificación, según lo podemos apreciar a continuación:


3 l ——— 24 cm²

4,5 l ——— y

Planteamos la proporción: $\frac{3}{4,5} = \frac{24}{y}$

Resolvemos:

$$3 . y = 4,5 . 24$$

$$y = \frac{4,5 . 24}{3}$$

$$y = 36$$

De la entrevista realizada con este docente surge que su idea parecería ser, que una vez planteada la proporción, se deberá resolver una ecuación para llegar a la solución buscada, según lo podemos apreciar en sus palabras:

Bueno, y después despejar ‘y’. Y trabajar con cuál es el valor de ‘y’, que podemos averiguar cuál es el valor de ‘x’ y cuál el valor de ‘y’

---

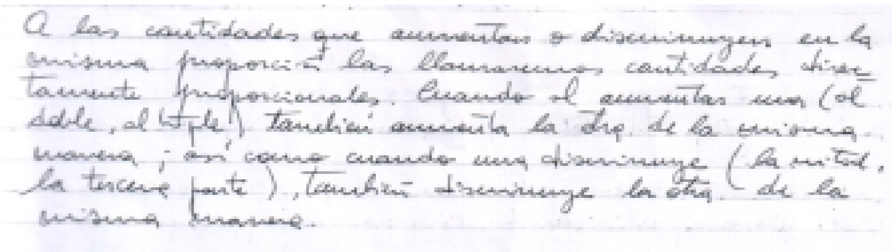
[13] Por ejemplo: GARAVENTA, LEGORBURU, RODAS (2002), “Carpeta de Matemática 7, Colección Libros y +. Cuadernillo 6”, Ed. Aique.

[14] Por *propiedad fundamental de las proporciones* nos referimos a la que enuncia: “en una proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios”.

Un tema que no todos los docentes consideran es el referido a las “propiedades de la función lineal”, a las cuales los docentes se refieren en términos de “propiedades de la proporcionalidad directa”, como lo vemos en las expresiones del docente:

... porque cuando instalé las propiedades de la directa, que aumentas el doble [se refiere al valor de una de las magnitudes o de uno de los conjuntos numéricos de la relación], *aumenta el doble* [se refiere al valor correspondiente en la otra magnitud o en el otro conjunto], *sumo estos dos* [se refiere a dos valores de una misma magnitud o de un mismo conjunto] *me da este tercero. Todo este tipo de propiedades sencillas.*

Cuatro docentes hacen referencia a algunas de las propiedades, ya sea durante las entrevistas o figuran en sus planificaciones, aunque no les den el nombre de “propiedades”, como lo muestra el extracto de la planificación de un docente:


A las cantidades que aumentan o disminuyen en la misma proporción las llamamos cantidades directamente proporcionales. Cuando al aumentar una (al doble, al triple) también aumenta la otra de la misma manera; así como cuando una disminuye (la mitad, la tercera parte), también disminuye la otra de la misma manera.

Las propiedades de la función lineal aparecen en el discurso del docente o en sus planificaciones, pero no observamos que se les dé otro uso más que el de presentarlas. Estas propiedades son la base del procedimiento escalar, procedimiento espontáneo de los niños, pero no surgió en las entrevistas, ni se lee en las planificaciones de los docentes, que se las presente para propiciar este tipo de procedimiento. Aún cuando algunas de las tablas propuestas promuevan un uso de las propiedades, no hay un comentario o alguna reflexión al respecto.

Entre los docentes entrevistados, cuatro manifiestan explícitamente haber presentado “magnitudes directa o inversamente proporcionales”. Sin embargo, en todas las propuestas observamos el empleo de situaciones problemáticas o ejemplos con magnitudes.

Todos los docentes hablan de proporcionalidad inversa o de algún tema relacionado con la misma, sea la tabla, el gráfico, la constante o las propiedades, excepto uno, pero este docente sí se refiere a la regla de tres simple inversa, junto con otros tres docentes.

Cuatro docentes mencionan la importancia de presentar situaciones que no sean proporcionales. Como lo dijimos anteriormente, en “Propósitos para la enseñanza”, algunos de ellos plantean la importancia de presentar situaciones no proporcionales, para que los alumnos puedan distinguirlas de las proporcionales.

En relación a “funciones directamente proporcionales” o “funciones inversamente proporcionales” sólo dos docentes las consideran en su proyecto de enseñanza de la proporcionalidad.

EJEMPLOS PROPUESTOS

En esta sección vamos a analizar los ejemplos provistos por los docentes durante la entrevistas o que están presentes en sus planificaciones de este tema. Creemos que es importante tenerlos en cuenta para conocer y comprender su proyecto de enseñanza porque en la selección de ejemplos que el docente realiza podemos apreciar aspectos importantes que entran en juego en situaciones de proporcionalidad, tales como tipo de números que propone (naturales, enteros, racionales), la naturaleza de las magnitudes que intervienen (discreta o continua), la relación entre las magnitudes (del mismo tipo: longitud con longitud, o de

distinta naturaleza: tiempo de marcha y espacio recorrido), la constante de proporcionalidad (si se trata de un número natural o de un racional), que quedará determinada por la elección que se haga de las unidades para medir cada magnitud.
También es importante analizar los ejemplos que propone para situaciones de no proporcionalidad.
Los ejemplos más utilizados por los docentes son aquellos que hacen intervenir "cantidad de un producto y su precio" (todos, con excepción de uno). Estos hacen referencia a: cantidad de "caramelos", "fotocopias", "facturas" y "jamón". Todos estos ejemplos tratan de cantidades discretas, con excepción del "jamón". Son del tipo "si cinco caramelos cuestan… ¿cuánto cuestan…?"; "para enviar cuatro cartas me cobran… ¿cuánto me cobrarán para enviar…?"; "la docena de facturas cuesta… ¿cuánto cuestan…?". En el caso del jamón, las cantidades que intervienen son continuas, se trata de la magnitud peso y la unidad utilizada es el *kg* y el gramo: "Si el *kg* de jamón cuesta *x* $, ¿cuánto pagaré por 200 *g*?".
El considerar cantidades discretas condiciona el tipo de números, ya que queda reducido sólo a los naturales, pero también condiciona la representación en el plano cartesiano como lo vimos en la sección anterior, así como la determinación de la constante de proporcionalidad, la cual puede perder sentido según como se la considere.
Otros ejemplos de proporcionalidad directa que se presentan, son tablas numéricas, en las cuales no intervienen magnitudes. En estos casos los números dados son, generalmente, números enteros, como ya lo vimos anteriormente: para las tablas se usan los números enteros y para la regla de tres los racionales no enteros.
En relación con la proporcionalidad inversa, si bien es un tema que todos los docentes consideraron en su proyecto de enseñanza (exceptuando a uno), como lo mostramos en la sección anterior, son pocos los ejemplos que surgieron en las entrevistas o los que se presentan en las planificaciones de los docentes.
Uno de los ejemplos que presentan los docentes para este tipo de relaciones, lo generalizamos como "cantidad de trabajadores y tiempo que demoran en finalizar la tarea". Los ejemplos que presentan se refieren a albañiles, pintores, etc. Este es un típico problema para las relaciones de proporcionalidad inversa, que intenta representar una situación real, pero de la cual no podemos asegurar la proporcionalidad inversa.
Sobre los ejemplos propuestos de relaciones que no son proporcionales, la mayoría de los docentes declara haber presentado aquellos que relacionan edad y peso o edad y estatura. Algunos plantean sólo la tabla numérica con el objetivo de analizar si la misma representa o no una relación de proporcionalidad.
En este caso, al igual que con la proporcionalidad inversa, hemos encontrado muy pocos ejemplos, parecería que se plantean para mostrar que no todas las relaciones son proporcionales, ya sean directas o inversas. En las entrevistas no surgió que se las estudiara con mayor profundidad.

TIPO DE TAREAS

En esta sección analizaremos cuáles son las tareas que los alumnos tienen que realizar para cumplir con las actividades que los docentes dicen proponer a sus alumnos o que figuran en sus planificaciones.
En las actividades que el docente propone realizar al alumno (con la intención que construya el concepto de proporcionalidad) se reflejan sus creencias, sus supuestos sobre qué puede hacer el alumno con ese objeto, qué aspectos considera necesarios que el alumno active para que se apropie de dicho concepto. En este sentido Mariana Bosch (1994) considera a toda

actividad como la realización de un sistema de tareas, entendida como la puesta en práctica de técnicas, de "maneras de hacer".
Una de las actividades que todos los docentes entrevistados dicen proponer a sus alumnos es la resolución de problemas. Esta actividad, que es muy general, involucra diferentes tareas, con distintos grados de complejidad y, nuestro interés es describir cuáles son las tareas que el docente desea que el alumno efectúe para llegar al concepto de proporcionalidad y analizar aquellas que resultaron ser más significativas.
Algunos docentes, al comentar sobre la actividad de resolución de problemas que les proponen a sus alumnos, explicitan el procedimiento que desean que ellos utilicen. Esta idea también la encontramos en sus planificaciones. Por ejemplo, es muy común plantear un problema y pedir que sea resuelto con un determinado método. Este es el caso de la regla de tres, como vemos en un ejemplo extraído de la planificación de uno de los docentes. Luego de presentar tablas para que los alumnos completen, proponen que se resuelva el siguiente problema utilizando regla de tres simple:
"*Según la tabla anterior, con 3 litros de pintura pintamos 24 m^2. ¿Cuántos m^2 se pintan con 4,5 litros?*"
La tabla a la que hace referencia el enunciado del problema es la siguiente:

x (l)	y (m^2)
3	24
6	
2	
8	

Esta tabla consta sólo de números enteros positivos. Cuando solicitan el valor que le corresponderá a 4,5 litros, el docente propone la regla de tres simple como método para resolverlo. ¿Por qué presentar esta situación con enunciado de problema y no agregar el valor 4,5 a la tabla? Parecería ser que la tabla de proporcionalidad directa se usa cuando hay números enteros (más precisamente naturales como sería en esta situación) y la regla de tres se plantea cuando hay que pedir información sobre números racionales no enteros. En este caso, para resolver por regla de tres, se piden los metros cuadrados que pueden pintarse con 4,5 litros y también con 1,2 litros o cuántos litros se requieren para pintar 27 m^2, cuya respuesta es 3,375 litros, mientras que los valores a completar en la tabla se referían a 3, 6, 2 y 8 litros que corresponden a 24, 48, 16 y 64 m^2 respectivamente.
En la entrevista que mantuvimos con el docente analizamos el siguiente problema que figura en su planificación:
Problema 4: Por 5 discos compactos pagué $90. ¿Cuántos compactos del mismo precio puedo comprar con $216?
E (entrevistador): *Y en el problema 4 que no tienen tabla, ¿cómo crees vos que van a resolver los alumnos?*
M (maestro): *Y aquí van a utilizar la Regla de tres o ver el precio de un disco, pero como pide para pesos, se les complicaría más.*

Porque 5 —— 90
1 —— 18

Sí, aquí no sabrían qué hacer, se les complicaría. [Se refiere a que si averiguan el precio para un disco, no les facilita encontrar cuántos discos compran con $216].
También le propusimos introducir modificaciones a los datos del problema. Estas modificaciones se referían a incluir un monto en $, para adquirir cierta cantidad de CD, que no fuera múltiplo de 18 (precio unitario del CD), y conocer el criterio del docente al respecto.

El docente plantea que no le propondría valores que no le den exacto, como lo vemos en el siguiente diálogo:
E: *¿Y si tuvieran que hacer una tabla que muestre la relación en la cantidad de CD y el precio?, ¿qué valores pondrías?*
M5: *Le pondría valores que le den bien. Le daría el dato de a 5, 90 y después, 216 y algún otro.*
Podríamos inferir de este diálogo mantenido con el docente que su intención es presentar una situación problemática que sea directamente proporcional. Si le agregáramos valores que no sean múltiplos del coeficiente de proporcionalidad, la situación dejaría de ser proporcional debido a que la cantidad de CD sólo puede ser un número natural.
Comparemos esta situación con el problema que este mismo docente planteó anteriormente, donde relaciona litros de pintura con metros cuadrados pintados. En esta situación no hay dificultad en proponer cualquier número positivo pues las magnitudes que intervienen son ambas continuas (capacidad y superficie), mientras que en el problema de los CD esta situación la cantidad de discos es discreta y eso es lo que condiciona los números elegidos.
Otra tarea que surge de las actividades propuestas por los docentes, es la de completar tablas. Si analizamos las tablas que presentan en las entrevistas o que figuran en sus planificaciones, vemos que en general los números que proponen son enteros positivos y la elección de los mismos favorece un procedimiento de “tipo escalar” en el sentido de Vergnaud (1979). Por ejemplo, las siguientes tablas corresponden a la planificación de un docente:

Tabla 1

Membrillo	1 kg	2 kg	4 kg	½ kg
Azúcar	¾ kg			

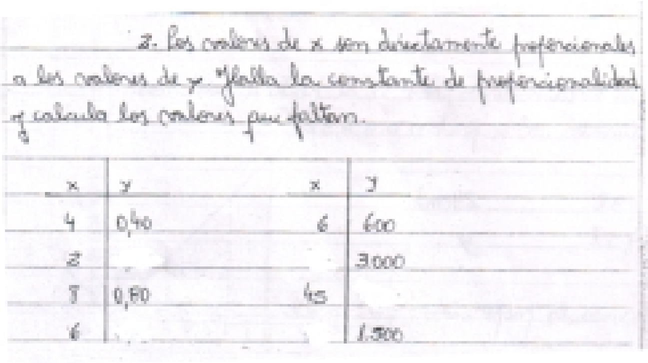
Tabla 2

Cantidad	8 kg	6 kg	4 kg	1	½
Costo	$120				

Tabla 3

Cantidad de personas	5	10	15	20
Cantidad de autos iguales que ocupan	1			

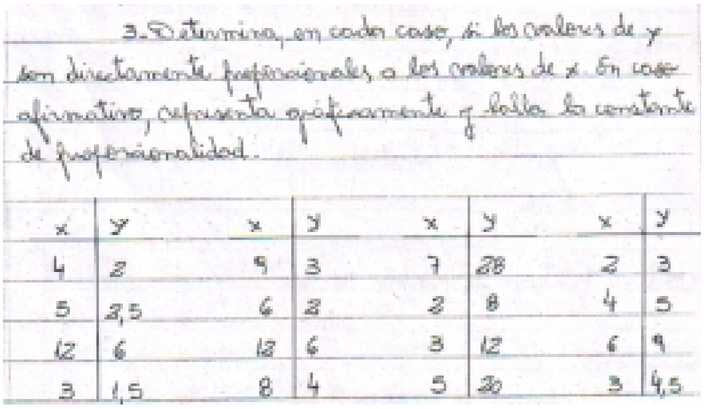
En la Tabla 1, se da el dato del valor que le corresponde a 5, y se pide para 10 (el doble), 15 (el triple) y 20 (el cuádruplo). También se podría pensar en un “recurso a la unidad”, porque justamente ése es el dato inicial. Pero las tablas que presenta a continuación, como la 2 y la 3, refuerzan la idea de proponer números que favorezcan un procedimiento escalar. En la Tabla 2, da el dato para 8 y pide para 6 (4+2), para 4 (la mitad), para 1 (la octava parte o se puede pensar como la mitad de 2, si antes se consideró ese valor, para encontrar el correspondiente de 6) y para ½ (la mitad de 1). En la Tabla 3, si bien aparece como dato un número no entero (¾), el procedimiento escalar sigue siendo el más favorable para completar la tabla (el doble, el cuádruplo y la mitad).
Podemos inferir la intención de usar las propiedades de la función lineal en la planificación del docente, cuando escribe: “*…cuando al aumentar una (al doble, al triple), también aumenta la otra de la misma manera; así como cuando disminuye (la mitad, la tercera parte) también disminuye la otra de la misma manera*.”
Otra de las tablas a completar que figura en la planificación de otro docente y que fue discutida en la entrevista mantenida con él, es la siguiente:



2. Los valores de x son directamente proporcionales a los valores de y. Halla la constante de proporcionalidad y calcula los valores que faltan.

x	y	x	y
4	0,40	6	600
2			3000
8	0,80	45	
6			1.500

E: *En el problema 2 les das una tabla para que completen, ¿cómo crees vos que van a resolver los alumnos? ¿qué estrategia utilizarán?*
M: *Bueno, igual a la tabla anterior, como 2 es menor que 4, le tiene que dar un número menor que 0,40. Pero aquí ellos van a ver como 4 va con 0,40 y 8 con 0,80 es fácil ver que 2 irá con 0,20 y 6 con 0,60.*
Vemos aquí que podría estar implícito un tipo de procedimiento funcional (Vergnaud, 1979). Si a 4 le corresponde el 0,40 y a 8 el 0,80, entonces, aunque no lo explicite, el docente podría estar infiriendo que la constante es 0,10, por eso afirma "*es fácil ver que 2 irá con 0,20 y 6 con 0,60* ".
En esta actividad hay otra tarea que el alumno debe realizar y es <u>hallar la constante</u>. Ya vimos que los números dados en la tabla propician la búsqueda de la constante. Este docente había definido la constante de proporcionalidad directa como el valor que se obtiene al efectuar los cocientes *y*/*x*, sin asignarle significado alguno, no aparece la constante como el valor correspondiente a una unidad.
En la misma planificación, la siguiente actividad propone encontrar la constante de proporcionalidad previo a determinar si se trata o no de una relación de proporcionalidad directa:



3. Determina, en cada caso, si los valores de y son directamente proporcionales a los valores de x. En caso afirmativo, representa gráficamente y halla la constante de proporcionalidad.

x	y	x	y	x	y	x	y
4	2	9	3	7	28	2	3
5	2,5	6	2	2	8	4	5
12	6	12	6	3	12	6	9
3	1,5	8	4	5	20	3	4,5

Aquí hay, en primer lugar, una tarea de <u>reconocimiento de una relación de proporcionalidad</u>, y en segundo lugar, si corresponde, representar gráficamente la relación y hallar la constante. Podemos observar que los valores de las tablas, salvo unos pocos, son todos enteros positivos. En las dos tablas que son proporcionales (la primera y la tercera), los números dados favorecerían un procedimiento función. En la primer tabla es fácil identificar la constante, si bien no es un número entero, *k*= ½, mientras que en la otra tabla se trata de un entero positivo, *k*= 4. Las tablas que muestran relaciones no proporcionales podrían analizarse con un procedimiento de tipo escalar. Por ejemplo, en la última tabla, el valor que le corresponde a la variable *x*, en la segunda fila (4), es el doble del de la primera fila (2), por lo que el valor de la segunda fila de la variable correspondiente *y* (5), debería ser el doble del de la primera fila (3), lo que no ocurre.

Otro docente también propone en su proyecto de enseñanza actividades en las que se debe hallar la constante, pero buscando el significado de la misma en la relación que se establece entre las magnitudes en juego. Así, en la entrevista, plantea que en la proporcionalidad directa, la constante puede ser $k= y/x$ o $k= x/y$, siempre que ésta tenga sentido, como ya lo planteamos en la sección anterior. Este docente indica que propone actividades a los alumnos y presenta el siguiente ejemplo en el cual relaciona caramelos y precio:
M7: *Por ejemplo, con la relación $ y caramelos, si la constante es tantos $ por 1 caramelo o con 1$ cuántos caramelos. La tabla es la siguiente*:

$	caramelos
0	0
10	1
20	2
40	4
x	5
1	...

K = 10 \$/c (10\$ por cada caramelo)
o
$K = \frac{1}{10}$ c/\$ = 0,10 c/\$ (un décimo de caramelo por cada peso)[15]

Otra de las tareas que proponen algunos docentes es la de <u>comparar precios</u>. Lo que se pone en juego para hacer una tarea de este tipo tiene una complejidad mayor que la de, por ejemplo, completar una tabla. En la comparación se deben tomar decisiones sobre qué elegir para comparar, ¿el precio unitario de cada producto?, ¿uno que convenga para ambos?. Por ejemplo, en la planificación de un docente se observa el siguiente problema:

"DE COMPRAS"
¿Cuál te conviene comprar? ¿Por qué?
Harina "Blancafrita" ½ kilo.........$ 1,20
Harina "Blancafrita" ¾ kilo.........$ 1,99

En planificaciones de otros docentes encontramos también este tipo de actividades:
En el supermercado 250 g de café "BC"cuestan $2,10 y 170g de café "XS" cuestan $1,45. ¿Qué marca resulta más barata?

Estos ejemplos muestran el grado de complejidad en estas actividades. El primer problema se podría resolver, por ejemplo, buscando el precio que se está pagando por kg en cada caso para después comparar. Así, si el precio de ½ kg es $1,20, el precio por kg (el doble de ½ kg) será el doble de $1,20, o sea $2,40. De igual modo se podría proceder para el caso en que ¾ kg cuestan $1,99, aunque aquí ya no resulta inmediata la obtención del escalar por el cual se debe multiplicar ¾ kg para obtener 1 kg y su precio. Otra estrategia de resolución posible sería obtener el precio de ¾ kg de harina sabiendo que ½ kg cuesta $1,20. Siendo que ¼ kg es la mitad de ½ kg, su precio será la mitad de $1,20, o sea $0,60, y así ¾ kg = ½ kg + ¼ kg costará $1,20 + $0,60 = $ 1,80, lo que nos permite realizar la comparación deseada.
En el segundo problema, los números dados no facilitan ningún procedimiento en especial: el procedimiento escalar facilitaría hallar el precio del kg de café "BC", ya que sería multiplicar 2,10 por 4. Pero, ¿cómo obtener el precio del kg del café "XS"? ¿cómo llegar a 1000 g a partir de 170g? Así podríamos pensar en otras maneras de encontrar los valores para comparar y cualquiera de ellas resulta de una gran complejidad por el tipo de números elegidos.

[15] Hemos respetado los valores dados por el docente aunque no se ajusten a la realidad.

CONCLUSIONES

En esta presentación nuestro interés se centró en caracterizar la actividad de enseñanza de la proporcionalidad teniendo en cuenta el proceso de planificación realizado por el docente y las actividades que él dice realizar.
Para ello atendimos, por un lado, a los aspectos que hacen a la preparación de su proyecto de enseñanza, tales como los propósitos y la selección de contenidos y otros conceptos relacionados con la proporcionalidad. Y por otro lado, a las instancias que se relacionan con el hacer actuar la proporcionalidad, tales como ejemplos elegidos y tipo de tareas que propone para que el alumno realice.
El análisis realizado nos permite esbozar algunas consideraciones:

- La proporcionalidad es uno de los contenidos de la escolaridad obligatoria que da cuenta del objetivo declarado de “resolver problemas para la vida”. Es un propósito señalado por la mayoría de los docentes entrevistados y, también está presente en los diseños curriculares vigentes en la provincia de Río Negro.
- Otro propósito considerado por la mayoría de los docentes tiene que ver con el reconocimiento de la proporcionalidad en relaciones. Se vislumbra aquí una preocupación por las actividades de reconocimiento como superadoras de las meras actividades de cálculo. Sin embargo las acciones que se consideran después para dar cuenta de este propósito no son suficientes. Por ejemplo para tratar las relaciones no proporcionales prácticamente las únicas que se proponen son aquellas que el tipo de magnitudes en juego alcanza para determinar la no proporcionalidad de dicha relación, tal es el caso de “la edad y el peso”. Las situaciones que plantean relaciones en las que resulta conflictivo decidir si se trata de relaciones de proporcionalidad, por ejemplo, dependiendo del dominio de definición que se considere, están ausentes de sus proyectos e incluso uno de los docentes declara que las evitaría o que buscaría números para “que le den bien”.
- La lectura e interpretación de gráficos cartesianos, otro de los propósitos indicados por los docentes, nos estaría mostrando una idea de proporcionalidad ligada a la función ya que el sistema de coordenadas cartesianas se emplea, generalmente, en la enseñanza obligatoria, para representar funciones numéricas. Si bien los gráficos cartesianos están presentes en todas las propuestas, se los usa más como una manera distinta de presentar resultados que como una herramienta para resolver problemas o hacer previsiones.
- La regla de tres, técnica para resolver problemas de proporcionalidad, aparece como un contenido más, al mismo nivel que la proporcionalidad directa como concepto. Esta suerte de confusión entre técnica y concepto la observamos en varios de los docentes, que en su planificación se presentan como temas diferentes de igual jerarquía: “Proporcionalidad directa” y “Regla de tres”.
- En cuanto a las magnitudes discretas y continuas se percibe una falta de conciencia explícita del tipo de magnitudes con las que se trabaja. Generalmente no hay distinción de las mismas en el momento de representar las relaciones entre ellas en gráficos cartesianos o al buscar el valor de la constante de proporcionalidad.

BIBLIOGRAFÍA

BARDIN, L. (1986), El análisis de contenido, Akal Ediciones, Madrid.
BOLEA, P., BOSCH, M., GASCÓN, J. (2001) “La transposición didáctica de organizaciones matemáticas en proceso de algebrización: el caso de la proporcionalidad”, *Recherches en Didactique des mathématiques*, Vol. 21/3, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble, Francia.

BOSCH Y CASABÒ, M. (1994*): La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*, Tesis, Universidad Autónoma de Barcelona.
CHEVALLARD, Y. (1985) *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné,* deuxiéme édition, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble. Francia.
CHEVALLARD, Y. (1989), Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Seminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*, Année 1988-1989, LSD2-IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble. Francia.
CLARK, C. M. Y PETERSON, P. L. (1990) "Procesos de pensamiento de los docentes" en Wittrock, M. C. *La Investigación de la enseñanza III. Profesores y alumnos*. Paidós.
COMIN, E. (2002) " L' enseignement de la proportionnalisté à l'école et au collége" en *Recherches en Didactique des mathématiques,* Vol. 22, Nº 2.3, pp. 135-182. Ed. La Pensée Sauvage. Grenoble. Francia.
CONSEJO PROVINCIAL DE EDUCACIÓN (1997), Diseño Curricular E.G.B. 1 y 2. Versión 1.1. Gobierno de Río Negro.
LINCOLN, Y. y GUBA, E. (1985) *Naturalistic Inquiry*. Sage Publications.
PEZZARD, M. (1985) "Une experience d´enseignement de la proportionnalité aux éleves instituteurs", Tesis 3eme Cycle, Université Paris VII.
RODRÍGUEZ GÓMEZ, G. y otros (1996) *"Metodología de la investigación cualitativa"*, Ediciones Aljibe, España.
TAYLOR, S. y BOGDAN, R. (1987) *Introducción a los métodos cualitativos de investigación,* Paidos, Buenos Aires.
VERGNAUD, G. et al., (1979), "Acquisition de structures multiplicatives dans le premier cycle du second degre". IREM d´Orleans Nº 2.
VERGNAUD, G., RICCO, G. (1985), "Didáctica y adquisición de conceptos matemáticos. Problemas y Métodos" en Revista Argentina de Educación, N°6.
VERGNAUD, G. (1990), La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des mathématiques*, Vol. 10, Nº 2-3, pp. 133-170, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble, Francia.