

**C251-24****OBSERVACIÓN Y ANÁLISIS DE ERRORES EN UNA EXPRESIÓN CON VALOR ABSOLUTO COMETIDOS EN UNA EVALUACIÓN:  
UN ESTUDIO DE CASO****Irma Zulema MARTÍNEZ, Marta Lucía LENTINI, Sergio Hernán CRESPO,  
María Cristina LENTINI***Facultad de Ciencias Exactas - Facultad de Ciencias Económicas Jurídicas y Sociales**CIUNSa - Universidad Nacional de Salta - Argentina**Miguel S Ortiz N° 202 - 4400 - Salta - Pueyrredón 1309 - 4400 - Salta**Teléfono: 0387 439 31 29 - 0387 439 55 26 Fax: 0387 439 40 21**lentinim@unsa.edu.ar - irmart@unsa.edu.ar***Nivel Educativo:** Educación Superior.**Palabras Claves:** error, obstáculo, situación enseñanza aprendizaje.**RESUMEN**

El propósito de este trabajo es contribuir con la difusión de algunos de los errores cometidos en una evaluación realizada a un grupo de estudiantes de primer año de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNSa, con una posible explicación de por qué se pueden haber producido y eventuales propuestas de superación para que la situación de enseñanza-aprendizaje sea positiva en el futuro, contribuyendo al mejor rendimiento y con ello, a disminuir la deserción en el primer año, que es el que presenta siempre los mayores porcentajes de abandono.

**INTRODUCCIÓN**

Al enseñar algún tema en particular, es frecuente que los alumnos cometan errores de diferentes tipos, ya sea en la misma interpretación de la comunicación oral, escrita, simbólica, gráfica y/o en relacionar una con otra. Estos errores pueden tener diferentes causas, que pueden ser atribuidas a los alumnos, a los docentes, a la misma Ciencia Matemática o a las “deformaciones” del conocimiento matemático que se imparten en niveles educativos previos para que éste sea más asequible. Por ejemplo, el concepto de función va cambiando y completándose a medida que se avanza por los distintos niveles educativos

**MARCO TEÓRICO**

Identificar los errores, al menos algunos, que cometen con frecuencia los alumnos en matemática, nos lleva a estar al tanto acerca de que ciertas nociones, que se apoyan en definiciones de conceptos fundamentales, pueden constituir verdaderos obstáculos epistemológicos en el aprendizaje, como lo muestran innumerables investigaciones

El objetivo general es analizar los errores y dificultades en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas en el primer año de la universidad, en algunos temas del currículo. Asumimos que los errores de los estudiantes no son casuales ya que están basados en conocimientos y experiencias previas, siendo diferentes las causas que los motivan. Así, se pueden asociar a dificultades en el sistema didáctico, que pueden ser de origen:

- Didáctico: dependen de la elección de actividades que realiza el docente.
- Epistemológico: concepciones constitutivas del conocimiento que impiden el acceso a un conocimiento nuevo.
- Ontogenético: provienen de las limitaciones del alumno en un momento de su desarrollo, desarrollando conocimientos que son propios a sus medios y sus objetivos

Por otra parte, los errores forman parte del proceso de construcción del conocimiento pudiendo ser éstos el impulso provocador de un avance, transformándose así en un elemento que sirve para construir e innovar el proceso de aprendizaje.

Por tanto, el error no tiene el rol simplificado que uno quiere hacerle jugar en ciertas ocasiones. No es sólo el efecto de la ignorancia, de la indecisión o del azar, como suponían las teorías conductistas del aprendizaje, sino que es la consecuencia de un conocimiento anterior que se manifiesta de una manera equivocada o no apropiada a una nueva situación.

Además, estos errores, en un mismo sujeto, están ligados entre sí por una fuente común, una manera de conocer, una concepción característica, coherente aunque no necesariamente correcta, antigua y que ha tenido éxito en todo un dominio de acciones. Estos errores no son forzosamente explicables. Sucede que no desaparecen de inmediato o en corto tiempo, sino que resisten, persisten, resurgen, se manifiestan mucho tiempo después que el sujeto haya rechazado de su sistema cognoscitivo consciente el modelo defectuoso.

## **DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA**

Como las dificultades en la enseñanza/aprendizaje, en este caso de las matemáticas, es necesario que sean estudiadas a partir de situaciones áulicas y analizando publicaciones o experiencias relacionadas en similares contextos, en el año 2005, en la asignatura Matemática 1 correspondiente al ciclo básico de primer año de las carreras de Contador Público, Licenciatura en Administración y Licenciatura en Empresas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Salta, en una determinada comisión de Trabajos Prácticos y previo al primer examen parcial en el que se evaluaría los temas: Lógica, Conjuntos y Sistemas Numéricos, se anticipó la realización de un coloquio sobre estos temas, con el objetivo de evidenciar la preparación de los estudiantes para el parcial, tendiendo con ello a favorecer un mejor rendimiento de los mismos.

Se aclaró que el resultado del coloquio no incidía en la nota del examen parcial ni es práctica habitual en el desarrollo de las clases prácticas. Esto fue comunicado desde el inicio de clases, fue tomado tres días antes del parcial (la última clase previa al mismo) y resuelto al finalizar la evaluación. Posteriormente al examen parcial, se hizo la devolución, destacando los errores cometidos con más frecuencia.

De estos coloquios, se analizaron los errores y dificultades que se presentaron en la resolución de un determinado ejercicio, del que exhibiremos los resultados obtenidos con una posible explicación de por qué se pueden haber producido y eventuales propuestas de superación para que la situación de enseñanza-aprendizaje del tema en particular, sea positiva en el futuro y contribuyendo al mejor rendimiento y con ello, a disminuir la deserción en el primer año, que es el que presenta siempre los mayores porcentajes de abandono

En años anteriores al 2005, las comisiones de clases prácticas eran numerosas con comisiones de hasta 100 alumnos, pues la cantidad de estudiantes inscriptos en la materia oscila alrededor

de 1800 a 2000 alumnos. Como consecuencia de lo sucedido en Cromagñón y por cuestiones de seguridad, la Universidad establece que el número de alumnos por comisión sea acorde a la capacidad de las aulas disponibles. Por ello, el número inicial de inscriptos fue de 60 y la deserción inicial (alumnos que nunca asistieron) de 8; de los 52 alumnos restantes, antes de la fecha de realización del coloquio quedan libre por faltas 5 (dejan de asistir, no justifican las inasistencias y tampoco piden poder rendir el 1° examen parcial), de los 47 alumnos, habitualmente a clases concurren 42 (con un promedio de 90% aproximadamente). En la clase que se tomó el coloquio, la asistencia fue de 35 (muchos de los estudiantes que no asistieron, justificaron su ausencia por estar rindiendo otras evaluaciones de otras asignaturas) y entregaron solo 27.

### ERRORES COMETIDOS POR LOS ALUMNOS EN LA RESOLUCIÓN DE UNA EXPRESIÓN: $|a| - 3a$ , SIENDO $a = 1 - \sqrt{2}$

Del coloquio tomado a los estudiantes se seleccionó para el análisis la siguiente situación: resuelva  $|a| - 3a$ , siendo  $a = 1 - \sqrt{2}$

Se esperaba, al menos, alguno de los siguientes procedimientos:

1°) Sabiendo que  $a = 1 - \sqrt{2} < 0$  es un número real y que  $|a| = -a$  cuando  $a < 0$ , entonces  
 $-a - 2a = -3a$

Reemplazando el valor de  $a$ , el resultado buscado es:  $-3a = -3(1 - \sqrt{2})$

2°) Recordando la definición de valor absoluto de un número real:  $|a| = \begin{cases} a & \text{si } a > 0 \\ 0 & \text{si } a = 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$ ,

se reemplaza el valor de  $a$  dado en la expresión a resolver y se obtiene:

$|(1 - \sqrt{2})| - 2(1 - \sqrt{2}) = -(1 - \sqrt{2}) - 2(1 - \sqrt{2}) = -3(1 - \sqrt{2})$  que es el resultado buscado.

Sin embargo, de las 27 evaluaciones entregadas, 12 alumnos no resuelven ese ejercicio y los 15 restantes, lo hacen mal.

Los errores que se observan son:

1. Error en la identificación del sistema numérico con que trabajan.

1.a. 9 alumnos, cuando sacan el valor absoluto, lo tratan como si fuera el módulo de un número complejo. Aún tratándolo como un complejo, toman mal la definición de módulo en  $\mathbb{C}$ .

1.b. 6 alumnos identifican bien el sistema numérico pero calculan mal el valor absoluto.

Handwritten student work on grid paper showing two methods for calculating the absolute value of a complex number. The left side shows a correct method using the modulus formula, and the right side shows an incorrect method using the triangle inequality.

$$\begin{array}{l} b) |a| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{2})^2} \\ |a| = \sqrt{1+2} \\ |a| = \sqrt{3} \\ 2a = 2(1-\sqrt{2}) \\ 2a - 2 = 2\sqrt{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} |a| - 2a = \\ \sqrt{3} - 2a = \\ \sqrt{3} - (2 - 2\sqrt{2}) = \\ \sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{2} \end{array}$$

2. Error en la operatoria del uso de la regla de los signos.

2.a. 7 alumnos utilizan bien la regla de los signos.

2.b. 8 alumnos no opera bien con la regla de los signos.

$$b) |a| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{2})^2} = \sqrt{1+2} = \sqrt{3} = |a| = [3]$$

$$|a| - 2a = 1 - 2(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 + 2 = [1]$$

3. Uso de las propiedades de la potenciación y / o radicación.

3.a. 4 alumnos trabajan bien con las propiedades de ambas operaciones.

3.b. 3 alumnos no saben las propiedades de tales operaciones.

Destacamos que solo fueron 7 alumnos a los que se pudo observar este tipo de falencia.

4. Errores raros que no pueden tipificarse, además de algunos de los citados precedentemente.

4.1.

$$b) |a| - 2a = (a - a^{-1}) - 2a =$$

$$= a - a^{-1} - 2a =$$

$$= a - \frac{1}{a} - 2a =$$

$$= 1 - a^2$$

4.2.

$$b = -1 - \sqrt{2}$$

$$\textcircled{b} |a| - 2a =$$

$$\sqrt{1^2 + (-\sqrt{2})^2} - 2(1 - \sqrt{2}) =$$

$$\sqrt{1+2} - 2 + 2\sqrt{2} =$$

$$\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{2}$$

4.3.

$$a = |1 - \sqrt{2}| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{2})^2} = -2$$

$$2a = 2 - 2\sqrt{2}$$

$$a - 2a = -2 + 2 - 2\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

Estimamos que algunos errores citados anteriormente podrían tener sus causas en:

I) Errores que tienen su origen en obstáculos que se denominan *cognitivo*; se ubica el obstáculo que proviene de no saber identificar los sistemas numéricos (R y C), uso de la regla de los signos, operaciones aritméticas, como potenciación, radicación, etc.

II) Errores que tienen su origen en *ausencia de sentido*, que pueden ser de procedimientos o relacionados con el lenguaje propio de la ciencia o errores que tienen su origen en la Aritmética (Identificados en 4.1 y 4.3)

III) Errores que tienen su origen en *actitudes afectivas y emocionales*; se ubican errores que cometen los estudiantes cuando están dominados por la ansiedad y el miedo entre otras causas.

## CONCLUSIONES

Frente a lo analizado, estimamos que para la situación de enseñanza – aprendizaje, el docente debe tener presente los errores frecuentes observados para realizar un cambio en su práctica áulica, identificando y remarcando aquellos conceptos que han sido equivocadamente empleados.

En el caso estudiado, el error en la identificación del sistema numérico con que trabajaron pudo haber sido por el uso de las barras que identifica al valor absoluto de un real y el módulo de un número complejo. Esto sería atribuible al lenguaje propio de la ciencia, por tanto, el docente debería enfatizar tal diferencia.

En cuanto al error en la operatoria del uso de la regla de los signos y el uso de las propiedades de la potenciación y / o radicación, estaría estrechamente vinculado a los conocimientos previos adquiridos.

Referente a los errores raros que no pueden tipificarse, estos podrían deberse a una dificultad de orden ontogénico.

En relación a la actitud del alumnado y con el objeto de incrementar su motivación para abordar el tema, sería conveniente motivarlos a través de problemas y situaciones, empleando un proceso de modelización que supone en primer lugar reconocer cierta problemática frente a una realidad generalmente compleja en la que intervienen muchos más elementos de los que uno va a considerar, identificar un conjunto de variables sobre dicha problemática, producir relaciones pertinentes entre las variables tomadas en cuenta, y transformar esas relaciones utilizando algún sistema teórico-matemático.

También deberá tenerse en cuenta el contexto en el que se proponen los problemas y la producción de conocimientos, ya que en la situación de enseñanza - aprendizaje, el papel que juega éste, es importante en la producción de conocimientos. Siempre que sea posible, las situaciones ejemplificadoras debieran provenir de los contextos extramatemáticos, que son los que realmente permiten al alumno comprender el funcionamiento de los conceptos.

## BIBLIOGRAFÍA

ALAGIA, H., BRESSAN, A. y SADOVSKY, P. 2005. *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. (Libros del Zorzal, Bs As).

DI BLASCI REGNER, Mario y otros. 2003. *Dificultades y errores: Un estudio de caso*. Actas del II Congreso Internacional de Matemática Aplicada a la Ingeniería y Enseñanza de la Matemática en Ingeniería (Bs As).

GÓMEZ, P. 1995. *Profesor: no entiendo. Reflexiones alrededor de una experiencia en docencia en las matemáticas*. (Grupo Editorial Iberoamérica, México).

RICO, L. 1995. *Errores en el aprendizaje de la Matemática*. En Kilpatrick Jeremy, Gómez, Pedro y Rico, Luis (Editores) *Educación Matemática*. (Grupo Editorial Iberoamérica, México).

SADOVSKY, P. 2005. *Enseñar Matemática hoy*. (Libros del Zorzal, Bs As).