

**C252-32****UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN EL TRATAMIENTO DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS****Nydia Dal BIANCO, Rosana BOTTA GIODA, Nora CASTRO, Silvia MARTÍNEZ, Fabio PRIETO**

*Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de La Pampa  
Uruguay 151 - (6300) - Santa Rosa (LP) - Argentina  
Tel. 02954-425166 Fax 02954-432679  
dalbianco@exactas.unlpam.edu.ar - rbotta@cpnet.com.ar*

**Nivel Educativo:** Educación Superior Universitaria.**Palabras Claves:** aprendizaje activo, grupos cooperativos, funciones trigonométricas.**RESUMEN**

Mediante una prueba diagnóstico obtuvimos información acerca de los conocimientos que poseían los estudiantes sobre contenidos de trigonometría. Los resultados nos movilizaron a implementar una estrategia didáctica, a fin de que los alumnos construyeran su propio conocimiento empleando técnicas de aprendizaje activo y trabajando en grupos cooperativos. El propósito de este artículo consiste en la descripción del desarrollo de la experiencia, la que fue realizada con alumnos de primer año de los Profesorados en Ciencias Biológicas y Química, de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de La Pampa. En el inicio se trabajó con grupos informales, reunidos en forma espontánea y se desarrolló mediante la técnica organización por adelantado. Luego, los estudiantes se organizaron en grupos formales y al finalizar la actividad de esta instancia, docentes y alumnos realizaron una socialización del tema en la puesta en común. En el intercambio de los conocimientos matemáticos entre los integrantes de los grupos se compensaban las debilidades y deficiencias de unos con las fortalezas de otros.

**INTRODUCCIÓN**

Funciones trigonométricas no debería ser un tema desconocido para los alumnos ingresantes a la Universidad, pues forma parte de la currícula de los programas del nivel Polimodal. Concientes de las dificultades que presentan los estudiantes, tanto para realizar las gráficas de las funciones como para resolver situaciones problemáticas que las involucran, en este ciclo académico, antes de desarrollar específicamente el tema, los alumnos respondieron a un diagnóstico que nos permitió obtener información sobre los conceptos básicos que recordaban de las funciones trigonométricas. Los resultados del diagnóstico, nos movilizaron a implementar una estrategia didáctica para realizar durante el presente año. Con la misma pretendíamos que los alumnos organizados en grupos cooperativos y utilizando algunas técnicas de aprendizaje activo construyan su propio conocimiento. En la interacción con sus compañeros y docentes, los alumnos aprenden juntos, superando así dificultades y

permitiéndoles desempeñarse mejor como individuos en la sociedad de la que forman parte. El objeto del presente trabajo es mostrar los resultados de la puesta en práctica de la estrategia didáctica. Esta experiencia se llevó a cabo con alumnos de primer año pertenecientes a los Profesorados en Ciencias Biológicas y en Química, de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de La Pampa.

## MARCO TEÓRICO

A través del aprendizaje activo, que responde a metas de socialización y de autonomía, los alumnos adquieren un conocimiento autorregulado y constructivo, mediante una participación efectiva de la mayoría de ellos en el desarrollo de las clases.

En el aprendizaje cooperativo aprender es algo que los alumnos hacen y no algo que se les hace a ellos. Es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás.

Según Johnson y Johnson (1992) el aprendizaje cooperativo se define como el uso instructivo de los pequeños grupos para el logro de metas compartidas. Dentro de los grupos de aprendizaje cooperativo los estudiantes tienen dos responsabilidades: aprender el material asignado y asegurarse de que todos los otros miembros de su grupo también lo hacen, y pueden beneficiarse tanto por la acción de enseñar, como por recibir enseñanza de sus compañeros.

El aprendizaje cooperativo comprende tres tipos de grupos de aprendizaje:

- 1) Los *grupos formales* de aprendizaje cooperativo funcionan durante un período que va desde una hora hasta varias semanas de clase. En los grupos formales de aprendizaje el docente debe: especificar los objetivos de la clase, tomar una serie de decisiones previas a la enseñanza, explicar la tarea y la interdependencia positiva a los alumnos, supervisar el aprendizaje de los alumnos e intervenir en los grupos para brindar apoyo en la tarea o para mejorar el desempeño interpersonal y grupal de los alumnos y evaluar el aprendizaje de los estudiantes y ayudarlos a determinar el nivel de eficacia con que funcionó su grupo.
- 2) Los *grupos informales* de aprendizaje cooperativo operan durante unos pocos minutos hasta una hora de clase. El docente puede utilizarlos durante una actividad de enseñanza directa para centrar la atención de los alumnos en el tema en cuestión.
- 3) Los *grupos de base* cooperativos tienen un funcionamiento de largo plazo (por lo menos de casi un año) y son grupos de aprendizaje heterogéneo, con miembros permanentes, cuyo principal objetivo es posibilitar que sus integrantes se brinden unos a otros el apoyo, la ayuda, el aliento y el respaldo que cada uno de ellos necesita para tener un buen rendimiento escolar.

Este proceso de aprendizaje activo implica que el alumno tiene que ser capaz de aprender por sí mismo y en interacción con el medio; evaluar los resultados de sus propias actividades; utilizar sus ideas previas para construir redes de conocimiento y realizar la transferencia a otras situaciones más complejas teniendo en cuenta la vinculación con el contexto.

Las técnicas de aprendizaje activo seleccionadas para llevar adelante esta experiencia fueron: organización por adelantado, uso de texto directivo y puzzle de grupos.

La *organización por adelantado* es la que permite a los estudiantes vincular el tema nuevo con sus experiencias y sus conocimientos anteriores. Sirve para marcar similitudes o diferencias del nuevo tema al compararlo con sus conocimientos disponibles, o es útil para explicar conceptos totalmente nuevos o para integrar la materia nueva en un sistema más amplio.

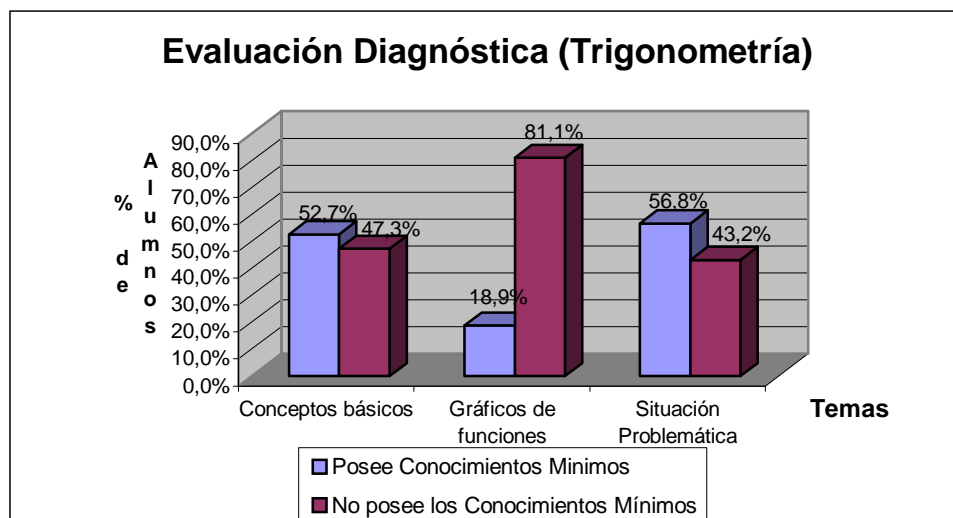
En el *texto directivo* se resumen las informaciones esenciales, sobre todo los conceptos principales, en un texto corto y bien estructurado. Cada alumno estudia el texto

individualmente para luego, en grupos pequeños, resolver las tareas referentes al mismo. En el texto elegido se indican además los pasos a seguir para resolver las actividades.

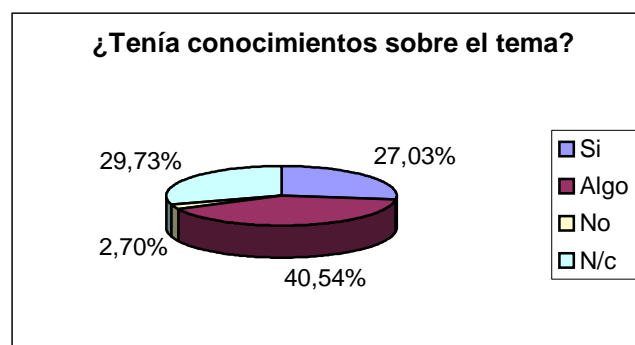
La *técnica del puzzle de grupos* consiste en la formación de grupos entre cuatro y seis alumnos (grupos “básicos”). Cada integrante recibe un tema de la totalidad del contenido seleccionado para trabajar y luego se reúne con los compañeros de los otros grupos del mismo tema, formando un nuevo grupo temporario (el de los “expertos”), dentro del cual analizan y resuelven las cuestiones planteadas. Terminado este trabajo, cada “experto” regresa al grupo “básico” donde cumple el rol de profesor, presentando el conocimiento al resto de sus compañeros, los cuales escuchan, preguntan, construyen ejemplos, etc. Al finalizar la actividad cada uno de los integrantes debería conocer y completar todas las tareas asignadas y tener un buen desarrollo cognitivo y social.

## DESARROLLO

El diagnóstico fue entregado a un total de 57 alumnos, de los cuales 10 no respondieron ninguna consigna; constaba de 5 partes, correspondiendo las dos primeras a conocimientos básicos del tema trigonometría, la tercera a gráficos de las funciones trigonométricas en general y la siguiente a una situación problemática. Los resultados ya procesados se sintetizan en el siguiente gráfico.



La última consigna del diagnóstico interrogaba a los alumnos acerca de si poseían conocimientos sobre este tema cuyas respuestas se muestran a continuación:



Observando los resultados de ambos gráficos, consideramos conveniente para el desarrollo de este tema emplear técnicas grupales orientando a los estudiantes a reflexionar sobre su propio aprendizaje y actuar en consecuencia.

Los alumnos formaban un grupo heterogéneo en cuanto a su nivel de conocimientos, pues procedían de escuelas medias de distintas orientaciones, además son alumnos inscriptos en distintas carreras. Para esta experiencia, utilizamos la metodología del aprendizaje cooperativo, el cual requiere una participación directa y activa de los estudiantes para alcanzar objetivos comunes. Creemos que con esta forma de trabajo podemos ayudar a que nuestros alumnos ensayen diferentes estrategias para resolver situaciones problemáticas, aprendan de sus propios errores, hagan sus interpretaciones, intercambien ideas y participen activamente en la elaboración del conocimiento matemático.

En las clases teóricas previas a la implementación de esta propuesta fueron desarrollados los conceptos correspondientes a gráficas de funciones, dominio, imagen, paridad, clasificación de funciones, nociones elementales de medición de ángulos y definición de las funciones trigonométricas.

Para llevar a cabo esta experiencia no efectuamos la separación en el dictado de clases teóricas y prácticas, sino que se unificaron los horarios a fin de lograr una continuidad en el desarrollo de la misma.

Iniciamos la experiencia con grupos informales, organizados en forma espontánea, con el objeto de que los estudiantes se familiaricen con las gráficas de las funciones trigonométricas elementales y reconozcan en ellas los conceptos aprendidos anteriormente para otras funciones, completando esta actividad con una situación problemática aplicada a la Biología. La misma se desarrolló mediante la técnica *Organización por adelantado*. Para concretar esta actividad se dispuso de una clase de dos horas de duración.

En la clase siguiente, a fin de estudiar el tema gráfica de funciones trigonométricas y analizar la influencia de los distintos parámetros en la representación de las mismas se utilizó la técnica de *Puzzle de grupos*. El material fue organizado de tal manera que se constituyeron 4 grupos de expertos, cada uno de ellos se especializó en la representación de dos funciones analizando la influencia de dos parámetros. Dos grupos trabajaron el concepto de Amplitud y Desplazamiento Vertical, uno de ellos con las funciones Seno y Tangente y el otro con las funciones Coseno y Cotangente, mientras que los dos restantes trabajaron el concepto de Frecuencia y Desplazamiento Horizontal con las mismas funciones. Para el desarrollo de esta parte de la experiencia se emplearon tres horas.

Posteriormente cada uno de los expertos regresó al grupo básico donde explicó al resto de sus compañeros el tema en el que se había especializado, utilizando dos horas para esta actividad. Como recurso didáctico se contó además de la bibliografía sugerida y la guía elaborada por los docentes, con un cañón de proyección para visualizar las gráficas utilizando el Software Derive, que consideramos una herramienta importante para el tratamiento de este tema.

Tanto para las actividades en los grupos básicos como para el trabajo en los grupos de expertos, los estudiantes contaban con un *Texto Directivo* en el cual se incluían las definiciones a aplicar en las distintas resoluciones.

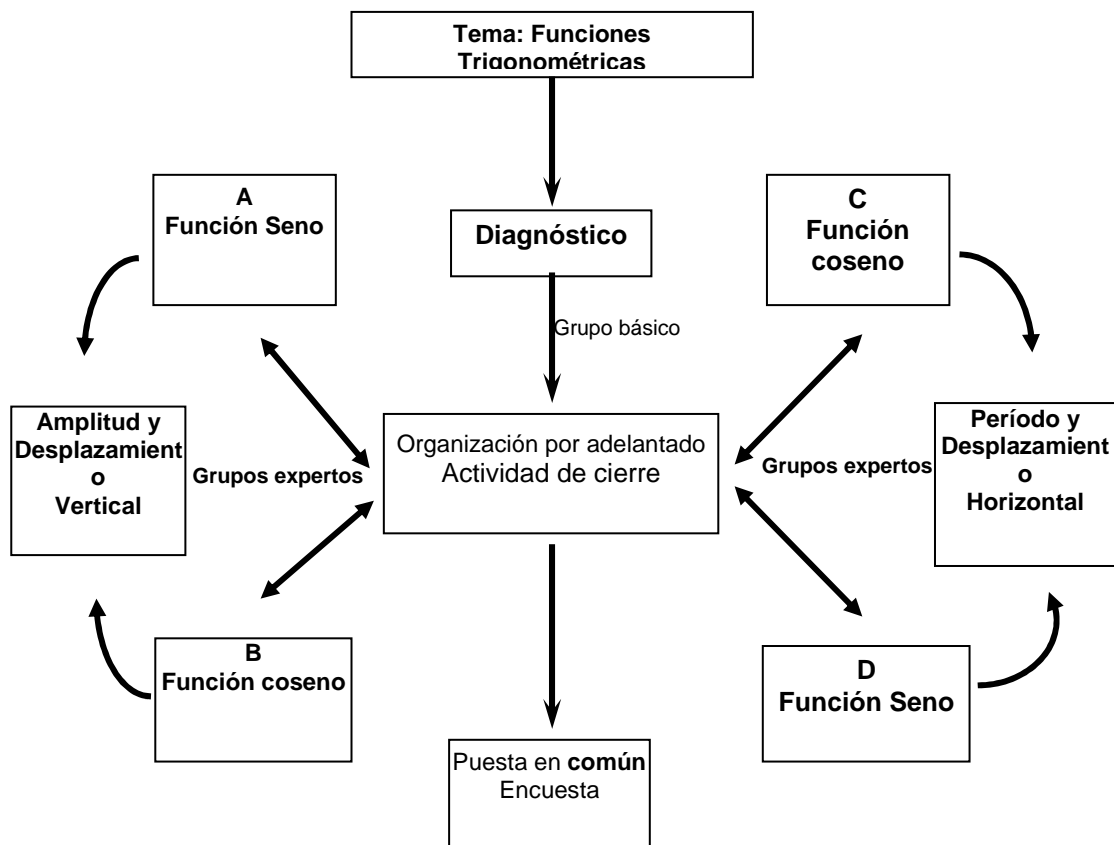
Durante el desarrollo de las experiencias los docentes integrantes de la cátedra orientaron a los alumnos a fin de solucionar las dificultades presentadas. A medida que aumentaba la autonomía de los alumnos, el docente se limitaba a observar, dejando que ellos elaboren sus propuestas en forma personal.

Una vez que los expertos explicaron a los miembros de su grupo básico el tema de su especialidad, se entregó a cada grupo una actividad de cierre, que incluía una secuencia de situaciones problemáticas, cuyo objetivo era la generalización de los conceptos aprendidos a fin de favorecer su integración.

Finalizada esta actividad, coordinadores y participantes realizaron en la puesta en común, la

socialización del tema tratado, en la que los estudiantes compartieron sus vivencias (¿qué aprendieron?, ¿cómo resolvieron la actividad?, ¿qué inconvenientes tuvieron?). Se intercambiaron opiniones sobre esta metodología de trabajo y se realizó una corrección de las guías teórico-prácticas que los grupos fueron completando en el desarrollo de las clases, a fin de que las mismas les sirvan como material complementario de estudio. Como cierre de la experiencia se les entregó a los alumnos una encuesta para recavar información acerca de la guía de estudio, el desenvolvimiento de los grupos, respecto de la orientación brindada por los docentes de la cátedra y de la metodología utilizada; también disponían de un espacio para mencionar dificultades y presentar sugerencias.

En el siguiente esquema se sintetizan las acciones llevadas a cabo para el desarrollo de esta propuesta:



### Análisis de la propuesta

En el desarrollo de las clases, pudimos observar que la utilización de técnicas de aprendizaje activo constituyó una novedad para los alumnos, lográndose en la mayoría de ellos un cambio de actitud pues se sintieron más motivados y mejor dispuestos para aprender.

Dentro del trabajo grupal los estudiantes discutieron, analizaron y seleccionaron las propuestas de solución que se plantearon en el grupo. De esta manera se ha podido lograr que ellos construyan por sí mismos algunos conceptos importantes desarrollando además competencias que tienen que ver fundamentalmente con capacidades para argumentar o defender ideas con juicio propio.

En cuanto a las dificultades observadas, tal como lo manifiesta Cecilia en una de las encuestas, es que algunos alumnos no asumieron totalmente el compromiso al actuar como expertos explicándole el tema al resto de los compañeros del grupo básico, lo que dificultó la asimilación de los conceptos involucrados.

Hubo estudiantes que no participaron desde el inicio en la experiencia, se sumaron al grupo en

la segunda instancia, no obstante, algunos con esfuerzo y dedicación lograron completar las actividades en horas extraclase, mientras que otros, en iguales condiciones, no cumplieron con los objetivos propuestos.

En las situaciones problemáticas programadas para la actividad de cierre los docentes debimos orientar a los integrantes del grupo y corregir determinados errores, pues algunos no visualizaban la solución correspondiente a la gráfica de las funciones planteadas, la cual debía ser graficada casi en forma inmediata, por quienes habían participado activamente en el grupo básico, analizando solamente la influencia de los distintos parámetros.

De las Encuestas realizadas a los alumnos, transcribimos a continuación algunas de las opiniones, referidas a la experiencia implementada:

- *“Considero que esta técnica de trabajo es buena y satisfactoria para afianzar el grupo de estudio, sacando del análisis propio de los temas dados, los mejores resultados. Utilizando en conjunto nuestro propio conocimiento.”*(Jorgelina).
- *“Estuvo muy buena la técnica de estudio. Es una buena forma de estudiar sin que sea aburrido”.*(Matías).
- *“El trabajo realizado me ayudó un montón, entendí cosas que antes no entendía y los profesores y compañeros que tuve me ayudaron un montón y pude trabajar sin dificultad. Es una buena técnica para realizar el aprendizaje de temas futuros.”* (Mariela).
- *“Mis dificultades fueron que yo entendí el tema que me había tocado, pero me costaba explicárselo a mis compañeros”*(Fany).
- *“Volver a los temas después de explicados”.*(Micaela).
- *“Las dificultades en cuanto a la guía son particularmente personales ya que no me acordaba mucho del tema; en cuanto al grupo por ahí faltó compromiso por parte de algún integrante, lo que a la hora de explicar el tema dificultaba su entendimiento Esta modalidad me ayudó a entender sola el tema, sugeriría que se siga dando así.”*(Cecilia).
- *“Las dificultades fueron respecto de la variación en la interpretación de la consigna dentro del grupo. Esta manera de trabajar me resultó muy relevante para interiorizar esos conocimientos, sobre todo el intercambio de grupos.”* (Tamara).

## CONCLUSIONES

La enseñanza aplicada en esta experiencia no solo permite el tratamiento de diferentes contenidos de la asignatura, sino que además contribuye con el desarrollo de habilidades, capacidades y destrezas, que escasamente son alcanzados por los métodos tradicionales, más aún, si esta “acción” esta dirigida a estudiantes donde la matemática no es una asignatura específica de su carrera.

Esto fue evidenciado en algunas de las opiniones de los estudiantes y además, los docentes pudimos observar que la metodología utilizada favoreció el desarrollo de ciertas competencias tales como: la formalización y/o generalización de resultados, el aprendizaje significativo, el trabajo autónomo, la familiarización con la resolución de problemas y la discusión y evaluación de resultados.

Al trabajar en forma colectiva, se brinda la posibilidad de compartir distintas estrategias para abordar las situaciones planteadas, permitiendo de este modo valorizar los distintos modos de resolver la actividad propuesta y ayudando a la superación de estructuras rígidas.

En general no se presentaron mayores dificultades durante el transcurso de la experiencia, no obstante, como se trabajó en forma continuada en el horario de las clases teóricas y prácticas, algunos alumnos no pudieron participar de la misma en su totalidad. Un reducido número de participantes no se comprometió en todas las actividades, obstaculizando el trabajo del grupo. Esta forma de presentar el tratamiento de un contenido de la asignatura, aunque requiere de

mucho esfuerzo por parte de los docentes en cuanto a la elaboración e implementación, resulta enriquecedora a largo plazo para los alumnos, por lo que consideramos apropiado retomar esta metodología de trabajo en nuevos temas de la currícula.

## BIBLIOGRAFÍA

- ANTON, HOWARD. 1991. “*Cálculo y Geometría Analítica*”. Vol. 1. (Limusa).
- GUZMÁN, M DE. 1992. “*Tendencias innovadoras en educación matemática*”. (Buenos Aires: Olimpíada Matemática Argentina).
- GONZÁLEZ, FREDY. 2005. Cuadernos Educere N°5 “*Cómo desarrollar clases de matemática centrada en resolución de problemas*”. Producciones Editoriales. Venezuela.
- JOHNSON, DAVID, JOHNSON, R.; HOLUBEC, EDYTHE. 1999. “*El aprendizaje cooperativo en el aula*”. (Paidós).
- MINISTERIO DE CULTURA Y EDUCACIÓN. 2000. “*Materiales Curriculares del Polimodal*”. Subsecretaría de Educación. Dirección General de Educación Polimodal y Superior. Equipo de Diseño Curricular. Provincia de La Pampa.
- MORA, DAVID. 2004. “*Aprendizaje y enseñanza*” (Campo Iris).La Paz, Bolivia.
- RINAUDO, MA. CRISTINA; VÉLEZ, G. 2000 “*Estrategias de Aprendizaje y Enfoque Cooperativo*”. (Educando Ediciones).
- STEWART. 1998. “*Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas*”. México: Internacional Thomson Editores S.A