

C152-8**MATEMÁTICA ¿EXPERIMENTAL?****Horacio E. BOSCH, Mario DI BLASI REGNER, Andrea SEOANE**

Facultad Regional Gral. Pacheco - Universidad Tecnológica Nacional - Argentina
hbosch@funprecit.org.ar - malediblas@yahoo.com.ar

Palabras Claves: matemática, educación matemática, experimentación asistida por computadora, software educativo.

RESUMEN

El nuevo contexto planteado por la evolución de la tecnología conlleva a que los docentes desempeñen una función diferente. Por un lado, se requiere de ellos acciones pedagógicas que de manera sistemática y crítica procuren la transformación de la forma de enseñar y favorezcan nuevos modos de aprender.

Por el otro, necesitan adquirir nuevas habilidades que les permitan aprovechar las facilidades de mediación que aportan esas nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

El propósito de este Proyecto es poner a consideración de la comunidad educativa un desarrollo didáctico, apropiado tanto para su implementación en clases de **Cálculo** como para la formación de profesores. La intención del diseño, tanto en su aspecto didáctico como tecnológico, es que el alumno plantee preguntas, proponga argumentos y explicaciones, trabaje en diferentes registros de representación semiótica, emplee su saber anterior, tome conciencia de éste, y construya sobre él uno nuevo.

El Consorcio RIEME es una red interinstitucional integrada por dos Facultades Regionales de la Universidad Tecnológica de la República Argentina, donde se forman ingenieros y el Instituto Nacional Superior del Profesorado Técnico donde se preparan técnicos en tres años y profesores en distintas especialidades en cuatro años.

INTRODUCCIÓN

Tres Unidades Académicas de la Universidad Tecnológica Nacional han concebido un Proyecto de desarrollo tecnológico – pedagógico innovador para la enseñanza de matemática en el ciclo básico universitario y técnico. De esta manera se ofrece la oportunidad de crear un área experimental donde se prueban las últimas tendencias en el uso de tecnologías integradas en la educación. El método educativo innovador que se inicia con una pequeña red de tres instituciones de la Universidad Tecnológica Nacional, se extenderá con el tiempo a una amplia red que involucre a otras instituciones del país y del extranjero.

La Visión Pedagógica de este Proyecto está enmarcada en el constructivismo, en donde el aprendizaje se produce en mejores condiciones cuando los alumnos se involucran en la creación de sus trabajos, que son compartidos entre profesores y alumnos de todos los centros asociados. Las herramientas tecnológicas facilitan a los alumnos la adquisición de habilidades para desarrollar sus capacidades para conjeturar, construir y diseñar proyectos, los que pueden ponerse en práctica en forma efectiva.

Por otra parte, el Proyecto tiene en cuenta acciones conducentes a disminuir la deserción de los alumnos que cursan la materia y evitar que muchos de ellos queden excluidos del sistema universitario.

Sabido es que los profesores, por regla general, todavía no han asimilado la metodología de asistir sus clases con medios tecnológicos actuales; siguen mas bien la tendencia de utilizar la pizarra como medio fundamental para desarrollar sus clases.

Sin que esta actitud sea criticada, creemos que los profesores deben seguir las tendencias que se desarrollan en otros ámbitos universitarios del mundo. Estas tendencias tienen por objeto reemplazar el aprendizaje basado en la información provista por el docente por un nuevo aprendizaje que se centre en generar, aplicar, analizar y sintetizar conocimiento y comprometerse en aprendizaje en colaboración asistido por tecnologías actuales.

Los docentes necesitan aprender nuevas habilidades y convertirse ellos mismos en aprendices para toda la vida, para poder mantenerse actualizados con el conocimiento nuevo, las ideas pedagógicas y la tecnología.

Pretendemos impulsar un marco de políticas adecuado en el que la tecnología informática se utilice para afrontar problemas educativos. A tal efecto, se formó el Consorcio RIEME para producir una biblioteca de Sistemas Exploratorios de Aprendizaje, relacionados, en primer término, con la enseñanza del Cálculo de una variable.

Modelo de desarrollo de la Matemática Experimental. Sistemas Exploratorios de Aprendizaje (SEA)

Nuevos elementos de aprendizaje

Los elementos del aprendizaje de las ciencias que producirán el cambio son la *experimentación y la comprensión de gráficos y la conceptualización*, desarrollados por el alumno. Respecto de la experimentación, los alumnos deben tener acceso permanente al laboratorio, no como complemento, sino como parte fundamental del aprendizaje. Respecto de la ejecución de gráficos y su interpretación, es preciso disponer de un instrumento rápido, interactivo, eficiente y flexible, que emancipe al alumno de la tarea no auténtica y tediosa de representar gráficos a mano. En cuanto a la conceptualización, el alumno tiene en sí conceptos intuitivos no formalizados que deben ser recuperados, experimentados y aprovechados por su potencialidad.

Nuevo enfoque de matemática como ciencia empírica

El Proyecto traza un camino poco explorado en nuestro ámbito sobre la metodología de enseñanza de matemática, proponiendo una reformulación acerca de *matemática como una ciencia empírica*. Se trata de cómo presentar las ideas visualmente, de saber qué hacen los alumnos, cómo adquieren los conocimientos y cómo usan las herramientas, qué los motiva, cómo incentivarlos para que ellos mismos redacten conceptos matemáticos, cómo debería ser usada la tecnología en la educación matemática, comprometer activamente a los alumnos en sus propios aprendizajes colocándolos en la posición de adquirir los conceptos matemáticos mediante objetos visuales y problemas ya conocidos por ellos pero en estado difuso y no estructurados aún. Todo lo anterior significa usar la tecnología desde el principio del curso y no como consecuencia del proceso de aprendizaje.

Características

El Proyecto está centrado en el alumno

El Proyecto se basa sobre el seguimiento personalizado diario del rendimiento de cada alumno y de cada grupo de alumnos. Permanentemente el alumno estará monitoreado sobre qué hace,

qué dificultades tiene, qué es lo que puede hacer y no puede hacer; en este caso se refuerza el aprendizaje. El refuerzo del aprendizaje es una característica esencial del Proyecto. El alumno está en contacto permanente con los docentes a través de correo electrónico. Recibe correos indicativos de lo que tiene que hacer, orientándolo. Puede emitir correo para consulta y aclaración de dudas. También lo podrá hacer en forma presencial y a través de tutorías preestablecidas.

El Proyecto está centrado en una organización para la experimentación y la exploración

El diseño de cada unidad es tal, que el alumno dispone de una guía de experimentación y de exploración, que es la base del aprendizaje. La experimentación se realiza por medio del software adecuado en cada oportunidad. El alumno aprende a formalizar un problema novedoso, a graficar, aprende a interpretar gráficos, aprende a conjeturar, aprende a escribir sus propias conclusiones y a probar la validez de éstas.

El Proyecto está centrado en la evaluación recurrente

Las evaluaciones son frecuentes. En caso de no completarlas, el alumno debe reforzar su aprendizaje y ser sometido a una nueva evaluación muy próxima en tiempo a la anterior, a los efectos que demuestre su competencia en un tópico, antes de que el profesor pase a otro tópico.

El Proyecto está centrado en la provisión de información en todo momento

El alumno puede consultar la página Web del Proyecto donde encontrará las actividades y las ayudas, inclusive sobre refuerzo de aprendizaje.

El Proyecto está centrado en la investigación pedagógica

El Profesor responsable de la implantación actúa como facilitador didáctico del proceso de aprendizaje. El grupo de investigación asociado al Proyecto diseña, selecciona y evalúa la metodología y los materiales producidos. El Proyecto cuenta con asesores pedagógicos especialistas en diseño de instrucción y tecnología educativa.

Desarrollo de módulos

El Consorcio RIEME ha concebido desarrollar módulos auto contenidos de los temas más significativos del Cálculo de una variable, denominados Sistemas Exploratorios de Aprendizaje (SEA).

Cada SEA consiste en la propuesta de un problema con datos que el aprendiz debe encarar mediante la experimentación, proponiendo conjeturas y validación. Como todo sistema interactivo, el aprendiz debe resolver una secuencia de preguntas con respuestas verificables. En función de las dificultades presentadas, el aprendiz es conducido a resolver problemas más simples o actividades que le permitan solucionar de manera satisfactoria el problema inicial.

Los cálculos y las representaciones gráficas se realizan con diferentes Sistemas Algebraicos Computacionales (SAC) o "Computer Algebraic Systems" (CAS)

SISTEMAS EXPLORATORIOS DE APRENDIZAJE

El diseño de cada Sistema Exploratorio de Aprendizaje consiste en, salvo variaciones propias de cada diseñador:

- Planteo de un problema que le permite al alumno experimentar con relaciones numéricas y obtener gráficos, a los efectos de conceptuar el contenido implícito en el problema, por ejemplo, relación funcional entre dos variables.

- Por medio de preguntas y de propuestas para experimentar con los datos, se guía al alumno a conjeturar sobre las relaciones entre números y gráficos.
- En caso de que no pueda responder a las preguntas iniciales, se deriva a situaciones más simples que le permitan deducir las relaciones entre las variables y extrapolar su validez en el problema más complejo. El alumno cuenta con una variedad amplia de actividades alternativas.
- La experimentación se realiza con el apoyo de un sistema algebraico computacional, desde la planilla EXCEL hasta otros sistemas más completos como el *Mathematica*.
- El alumno debe terminar el diálogo con conjeturas y definiciones propias sobre el problema planteado, las cuales deben ser revisadas por el docente.
- Al finalizar la experimentación se propone al alumno encarar un problema integrador.

Se trata de producir una biblioteca de SEA para que cualquier profesor de la materia Análisis Matemático de una variable (Cálculo 1) pueda tener a su disposición una biblioteca de SEA, tal que le permita elegir el más apropiado para la tarea asignada a los alumnos, de acuerdo con sus conocimientos previos, sus habilidades de cálculo y de interpretación de gráficos.

Todos los SEA están basados sobre el concepto de experimentación, deducción de conjeturas y pruebas de conjeturas, o sea, en la construcción de un laboratorio matemático, como ocurre en las otras ciencias naturales.

La estructura de los contenidos se diferencian de los contenidos literarios de un libro y de las explicaciones clásicas del profesor en la pizarra. Simplemente es una diferenciación, sin que signifique que debe prescindir del libro y de la clase del profesor. Es tarea del profesor inducir al alumno a completar su conocimiento mediante la lectura de libros.

Todo material desarrollado para su uso en computadora, debe distinguirse de las escrituras del profesor y del libro, por estar destinado a otra función, que es la experimentación. Esta modalidad no la tienen los libros ni el profesor, por ser imposible su aplicación en la pizarra.

Modelos diferentes de SEA

i. SEA con soporte en página Web

Se desarrollan los distintos módulos en página Web, debiendo plantear los problemas y actividades mediante enlaces al Mathematica[®]. La ventaja de esta modalidad es que puede brindar un grado mayor de dinamismo y una interfaz amigable para el alumno. Desde el punto de vista del Mathematica[®], produciría una interacción menor del alumno con el software, pues sólo sería utilizado como herramienta auxiliar de aprendizaje para la apropiación de conceptos y resolución de las actividades propuestas.

ii. SEA soportado por Mathematica[®] únicamente

En esta modalidad, la formulación de las actividades de aprendizaje, se desarrollan exclusivamente, utilizando las capacidades y limitaciones del software. Cabe destacar que Mathematica[®] es una herramienta muy poderosa, no obstante, la interfaz desde su aspecto formal requiere un gran esfuerzo para obtener una presentación atractiva que capte la atención del alumno. En esta modalidad, el alumno adquiere una destreza mayor en el manejo del Mathematica[®], debido a la permanente interacción entre ambos.

iii. SEA soportado por Web Mathematica[®]

Esta modalidad presenta una combinación de las posibilidades anteriores. Si bien no ha sido aún posible investigarla en profundidad- ya que es un servicio rentado que brinda Wolfram Research – presentaría como ventaja fundamental el hecho de no requerir tener instalado el Mathematica[®] en el equipo donde se está ejecutando el SEA. Esto brinda la posibilidad que el alumno utilice el SEA vía Internet desde cualquier PC. Los requerimientos de uso de Mathematica[®] se ejecutarían directamente desde el servidor de Wolfram Research.

RESULTADOS ESPERADOS

El cambio metodológico propuesto consiste en el pasaje de la forma clásica de la enseñanza de la matemática con tiza y pizarrón, apenas ayudado por una calculadora manual, a una forma actual, dinámica y multi medial de adquirir los conceptos matemáticos básicos. Significa incorporar procedimientos automáticos más veloces y más precisos que la operatoria personal. Se libera al docente y al alumno de tareas no auténticas para hacer hincapié en la reflexión y búsqueda de otros procedimientos de resolución de problemas. Se busca aplicar un procedimiento que provea un mejor resultado en calidad y eficiencia que el que puede proveer el profesor con sólo tiza y pizarrón.

Este mejor resultado se logra mediante:

- Una mejor aprehensión de conceptos para su aplicación en la resolución de problemas utilizando los SEA.
- Una mejor aprehensión de los conceptos por medio de los sistemas gráficos provisto por los sistemas CAS (visualización, objetivación, interactividad del software).
- Un incremento de la eficiencia en el aprendizaje mediante una adecuada y fluida relación entre alumnos y profesor utilizando los medios informáticos.
- La promoción en los alumnos de la actitud y aptitud para conjeturar.
- El reconocimiento, experimentación y aplicación de modelos matemáticos.
- Un estricto seguimiento al alumno en todas sus actividades, teóricas y prácticas, exámenes cortos, parciales y finales. El seguimiento se hará en red. Cada alumno tendrá un correo electrónico dentro de la Red del Proyecto y deberá estar en permanente contacto con el profesor o tutor asignado.

Esta es la forma en que se encara la enseñanza de las ciencias, y en particular de la matemática, en la gran mayoría de las universidades del mundo, aún en países en desarrollo. La metodología propuesta permite acercarse más a la realidad de los conceptos básicos matemáticos, abstractos por su naturaleza, a través de la visualización interactiva y la experimentación con diferentes objetos matemáticos datos, con características determinadas.

Al producir este cambio en la metodología mediante la visualización, experimentación y obtención de propiedades y conceptos para luego ser aplicados, se produce también un cambio conceptual en la metodología de aprendizaje y enseñanza. Aumenta la capacidad de observación y de discusión de los resultados. Se ponen a prueba diversos aspectos del modelo del comportamiento del problema en estudio por parte del alumno, mediante la redacción de lo experimentado, brindando la explicación y justificación correspondientes.

El Proyecto está diseñado para provocar un impacto significativo en el mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje del Cálculo I en las carreras correspondientes. El Proyecto asegurará la creación de materiales que serán efectivos y se espera sea extendido a todas las carreras.

La supervisión de la aplicación de los materiales y su eventual modificación en sus fases iniciales de desarrollo, asegurará que el enfoque elegido provea un rango medio de conocimientos adecuado para que los alumnos logren los objetivos de la asignatura, aún para los grupos más rezagados.

PROPUESTA PARA LA COMUNICACIÓN BREVE

Se expondrán algunos de los materiales (experimentaciones, SEA's) producidos hasta el momento (de los cuales se incluyen algunas pantallas al final del presente resumen) y se comentarán las dificultades que se presentaron en la implantación de un curso "real".

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En Artigue, M. y otros (eds.) *Ingeniería didáctica en educación matemática*, 97 – 140. Grupo editorial Iberoamérica, México.

Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática*. Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina.

Brousseau, G. (2000). Educación y Didáctica de las Matemáticas. *Educación Matemática* 12(1), 5 – 38. Grupo editorial Iberoamérica, México.

Cantoral, R. y Farfán, R. (1998) Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon, Revista española de educación matemática* 42, 353 – 369.

Chevallard, Y. et al. (1998). *Estudiar matemáticas, el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. SEP / ICE Universitat de Barcelona, España.

Gascón, J. (2000). *Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes*. Departamento de matemática, Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona, España.

Chevallard, Y. et al. (1998). *Estudiar matemáticas, el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. SEP / ICE Universitat de Barcelona, España.

Gascón, J. (2000). *Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes*. Departamento de matemática, Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona, España

Joshua, S. y Dupin J.(2005). *Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática*. Ediciones Colihue, Buenos Aires.

Sadosky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy*. Libros del Zorzal, Buenos Aires, Argentina.

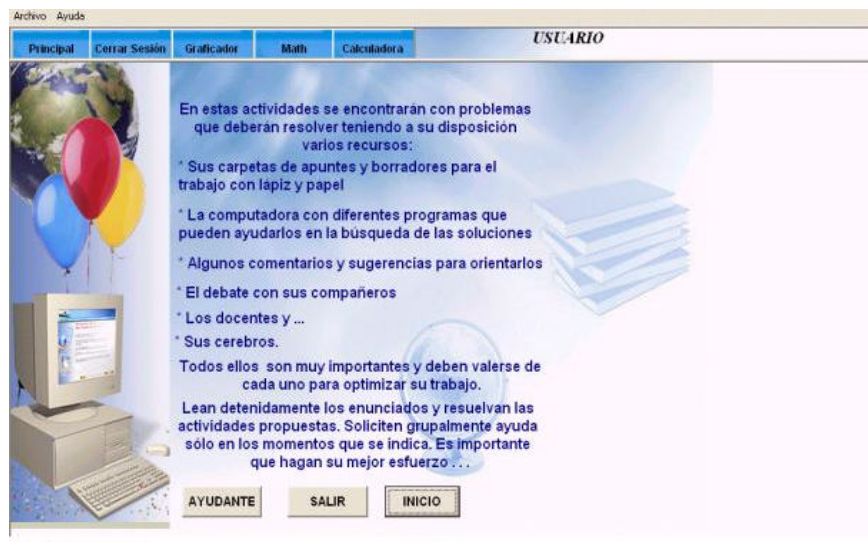


Figura n° 1: Pantalla de inicio del SEA de funciones



Figura n° 2: Ejemplo de pantalla con diferentes actividades

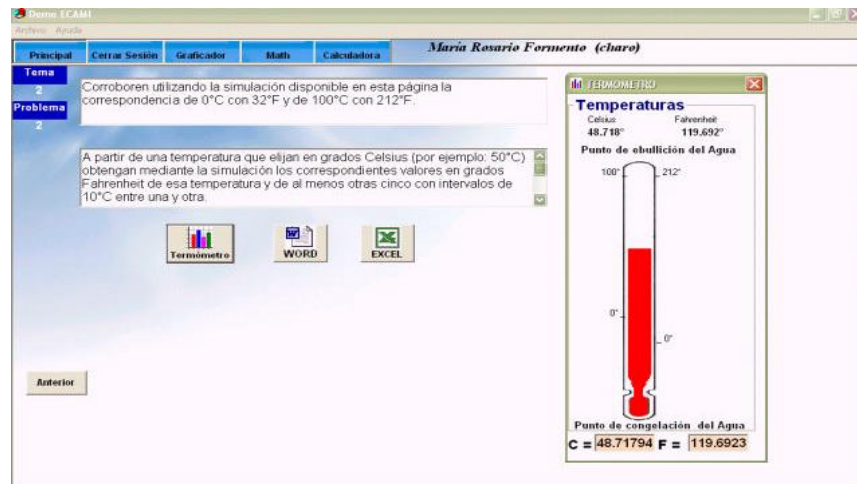


Figura n° 3: Experimentación “termómetro”. Construcción del modelo lineal

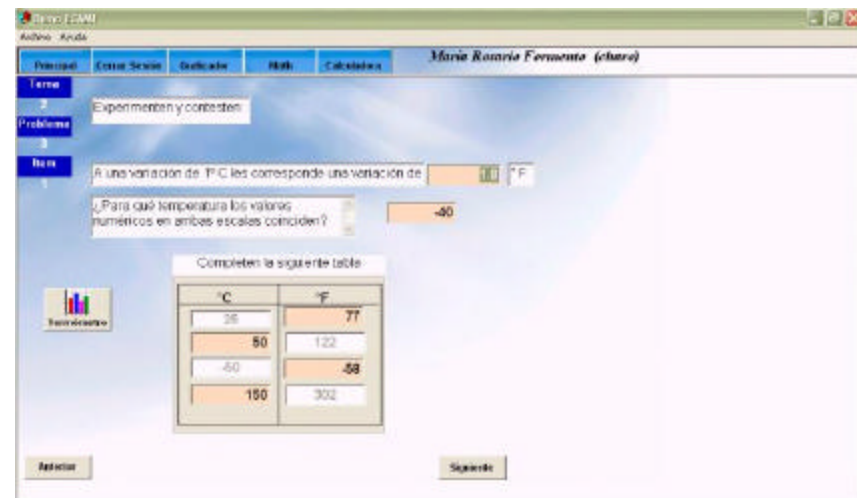


Figura n° 4: En cada actividad el sistema informa si las respuestas son correctas. Luego de tres intentos fallidos deriva al alumnos a una actividad más sencilla

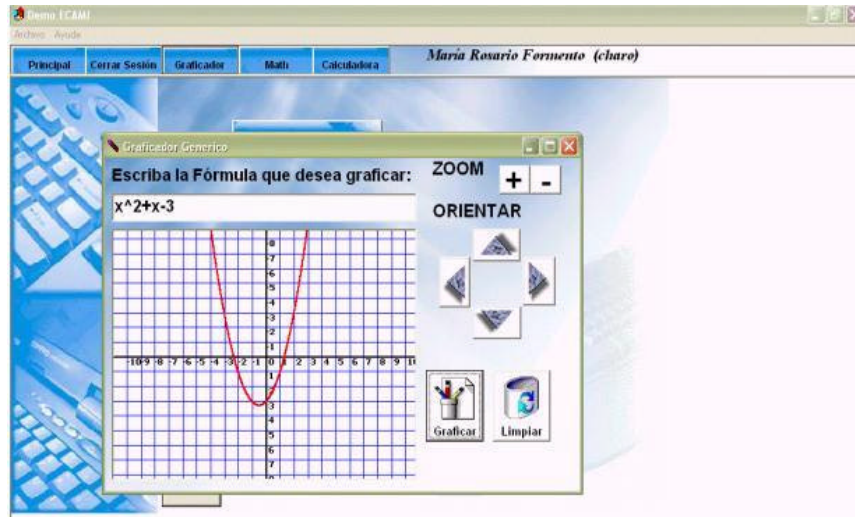


Figura nº 5: Graficador disponible en forma permanente

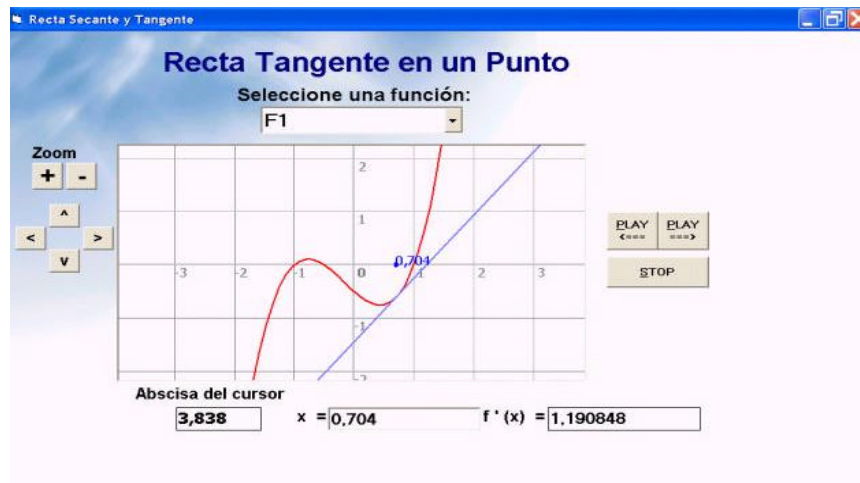


Figura nº 6: Experimentación “recta tangente”

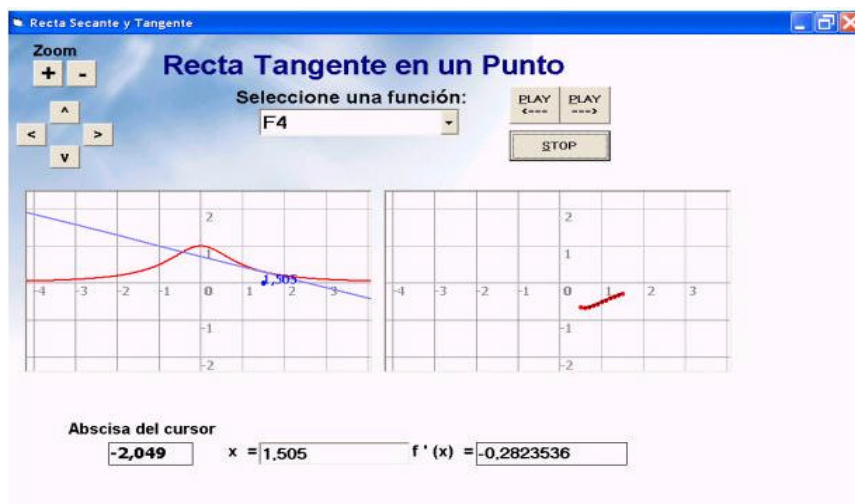


Figura nº 7: Segunda pantalla de la experimentación “recta tangente”