

C251-28**SIGNIFICADO PERSONAL DEL OBJETO MATEMÁTICO FUNCIÓN:
DIAGNÓSTICO SOBRE ARTICULACIÓN ENTRE REGISTROS DE
REPRESENTACIÓN****C. BOUBÉE^{1,2}, O. DELORENZI^{1,2}, P. SASTRE VÁZQUEZ², G. REY²**

1) *Instituto Superior de Formación Docente N° 156 “Dr. Palmiro Bogliano”.*
Azul. Argentina.

2) *Facultad de Agronomía. Univ. Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.*
Azul. Argentina.

*cboubee@faa.unicen.edu.ar - olgadelo@yahoo.com.ar - psastre@faa.unicen.edu.ar -
grey@faa.unicen.edu.ar*

Nivel Educativo: Educación Superior.**Palabras Claves:** teoría de las funciones semióticas, modelos mentales, modelos conceptuales, significado personal, función, diagnóstico.**RESUMEN**

Este trabajo se enmarca en el Proyecto de Investigación que desarrollamos en el ISFD N° 156 de la ciudad de Azul, Buenos Aires, denominado *La cognición matemática: de los modelos mentales a los modelos conceptuales. El caso de las funciones: Contextualización y modelización*, y que articula con otro Proyecto de Investigación de la Facultad de Agronomía de la UNCPBA: *La enseñanza de la Matemática en una Facultad de Agronomía: una perspectiva desde la Teoría de los obstáculos epistemológicos*.

El problema central del proyecto de investigación es el estudio de la relación entre modelos mentales y modelos conceptuales en la enseñanza de un objeto matemático particular: función, y su incidencia en la construcción del conocimiento conceptual en los alumnos, es decir, su significado personal.

En este trabajo presentamos los primeros resultados parciales del diagnóstico realizado a los alumnos ingresantes al Profesorado de Matemática, analizando los errores cometidos en la articulación de diferentes registros de representación de las funciones y la identificación de dominios de definición, así como también apreciaciones de los alumnos sobre la historicidad y necesidad de contextualización de la matemática.

Representa un primer acercamiento a la comprensión de los significados personales de los alumnos sobre el objeto función, y al análisis de sus modelos mentales.

INTRODUCCION

Este trabajo se enmarca en el Proyecto de Investigación que desarrollamos en el ISFD N° 156 de la ciudad de Azul, provincia de Bs. As., denominado *La cognición matemática: de los modelos mentales a los modelos conceptuales. El caso de las funciones: Contextualización y modelización*, y que articula con otro Proyecto de Investigación de la Facultad de Agronomía

de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, del que también las autoras somos partícipes: *La enseñanza de la Matemática en una Facultad de Agronomía: una perspectiva desde la Teoría de los obstáculos epistemológicos*.

Dicho proyecto de investigación se centra en la construcción de un modelo didáctico para la enseñanza de la matemática basado en la confrontación de las ideas intuitivas que los alumnos poseen sobre un tema tan básico pero tan amplio e importante como “función”, y los conceptos teóricos de la matemática y su didáctica.

El problema central del proyecto de investigación es el estudio acerca de la relación entre modelos mentales y modelos conceptuales en la enseñanza de un objeto matemático particular: función, y su incidencia en la construcción del conocimiento conceptual en los alumnos, es decir, su significado personal.

El camino que se pretende recorrer en este proyecto parte de una **ciencia educativa crítica**, tanto en el plano de la teoría como de la investigación, apuntando a analizar situaciones y hallar para ellas, formas alternativas.

En esta investigación se parte de una visión reflexiva sobre el conocimiento científico, incorporando la discusión crítica como superadora de posiciones ingenuas, que se aleja de los dogmas e incorpora la imaginación, la crítica y la historia como elementos que hacen a la producción del conocimiento.

El desarrollo del proyecto intentará dar cuenta de las construcciones de pensamiento simplificado que han caracterizado a la enseñanza de la matemática, y en particular del tema “función”, con el objetivo de poner en práctica una didáctica disciplinar regida por la complejidad, que no desconoce los conocimientos intuitivos de los educandos como el punto de partida para la reestructuración y construcción de los conocimientos.

Este trabajo en particular persigue como objetivo diagnosticar a los alumnos ingresantes al Profesorado de Matemática, identificando errores en la articulación de registros de representación de las funciones, así como también sus opiniones sobre la historicidad y la necesidad de contextualización de la matemática. Representa un primer acercamiento a la comprensión de los significados personales de los alumnos sobre el objeto función, y al análisis de sus modelos mentales.

MARCO TEÓRICO

Modelos Mentales y Modelos Conceptuales

En el marco de la Psicología Cognitiva resultan importante los desarrollos de Johnson – Laird (1983) sobre Modelos Mentales. Para este autor los sujetos en vez de usar una lógica mental para razonar, usan modelos mentales.

Los modelos mentales son representaciones que los sujetos poseen sobre el mundo físico, que están ligados y limitados por el conocimiento y la experiencia. Y, que por otra parte, poseen un carácter funcional que le permiten al sujeto resolver una situación.

En realidad, según Johnson – Laird, (1983) “Cuando la gente comprende un discurso, construye un modelo esquemático de la situación descrita en el discurso. Tal representación se aleja de la estructura sintáctica de las oraciones, tanto en un lenguaje natural como mental.”

Esta teoría, desde el punto de vista representacional, resulta muy potente y flexible. Parece efectivamente posible representar incluso muchos de los conocimientos científicos complejos mediante modelos mentales constituidos por sistemas de producción.

Pero deben diferenciarse los modelos mentales de los modelos conceptuales. Estos últimos son representaciones externas, compartidas por una determinada comunidad y consistentes con el conocimiento científico que esa comunidad posee.

Obviamente, los modelos mentales de un individuo son limitados por factores tales como su conocimiento y su experiencia previa con sistemas semejantes. Hay, por lo tanto, importantes diferencias entre los modelos conceptuales, que son representaciones externas bien delimitadas y definidas, y los modelos mentales que son representaciones internas cuyo compromiso básico es la funcionalidad para el sujeto, o sea, deben permitirle explicar y predecir aunque no necesariamente en forma correcta desde el punto de vista científico.

Aquí subyace la idea básica de que el modelo conceptual es un instrumento de enseñanza pero el instrumento de aprendizaje es el modelo mental. Naturalmente, el modelo mental puede ser muy semejante al modelo conceptual, aunque no necesariamente, pues la función del modelo mental es sólo la de permitir a su constructor dar significado al modelo conceptual que se le enseña y, por ende, al sistema físico modelado.

El no considerar los modelos mentales de los educandos, analizándolos como verdaderos obstáculos para el aprendizaje, que deben ser ampliados o modificados, ha constituido un verdadero problema a la hora de generar un efectivo cambio conceptual en los alumnos, pues se desconocen las propias representaciones y “teorías” que ellos poseen. En consecuencia, el alumno ha aprendido el “oficio de alumno”, pero no ha generado un verdadero cambio conceptual que le permita transitar de una simplicidad intuitiva a una complejidad conceptual. Esto puede observarse fácilmente al solicitarles argumentaciones y justificaciones sobre sus procesos.

Significado Institucional y Significado Personal: Teoría de las Funciones Semióticas

Desde el punto de vista teórico específico de la educación matemática el proyecto se enmarca en la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS). Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino 2003) han desarrollado un conjunto de nociones teóricas que configuran un enfoque ontológico semiótico de la cognición matemática, asignando un papel fundamental al lenguaje, a los procesos de comunicación e interpretación y a la variedad de objetos intervinientes. En esta teoría se considera a los objetos matemáticos (OM) como entidades emergentes de los sistemas de prácticas realizadas en un campo de problemas, y por lo tanto, son derivados de dichas prácticas.

Los objetos matemáticos se pueden considerar como entes abstractos que emergen progresivamente de sistemas de prácticas socialmente compartidas en una institución, ligadas a la resolución de cierto campo de problemas matemáticos.

La práctica, en sentido amplio, puede entenderse como la manipulación de ostensivos y del pensamiento que la acompaña. Las prácticas como las que se realizan en una institución escolar tienen un componente público (hay manipulación de ostensivos y, por tanto, observables) y un componente privado (manipulación de representaciones mentales no ostensivas y no observables).

Para la TFS, la dialéctica personal – institucional se convierte en una cuestión central y el alumno pasa de ser un alumno individual a ser un alumno – en – una – institución, lo que obliga a distinguir entre objetos personales y objetos institucionales y a problematizar estas dos clases de objetos y la relación entre ellos.

Para Godino y Batanero (1994) los objetos matemáticos personales son emergentes del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas. Esos objetos van emergiendo en un aprendizaje suscitado por la propia práctica, y el sujeto tiene conciencia subjetiva de ellos, es decir, puede realizar prácticas discursivas sobre los mismos. El objeto personal supone haber establecido una conexión entre acciones potenciales y fines, conexión mediada simbólicamente.

Teoría de los Campos Conceptuales

Vergnaud desarrolla una teoría de los campos conceptuales, teoría cognitiva neo – piagetiana que pretende ofrecer un referencial más fructífero que el piagetiano para el estudio del desarrollo cognitivo y del aprendizaje de competencias complejas.

La teoría de los campos conceptuales destaca que la adquisición de conocimientos es moldeada por las situaciones y problemas previamente dominados y que ese conocimiento tiene, por tanto, muchas características contextuales. Así, muchas de nuestras concepciones vienen de las primeras situaciones que fuimos capaces de dominar o de nuestra experiencia tratando de modificarlas. Ahora bien, existe una distancia considerable entre las invariantes que construye el sujeto al interactuar con el medio y las invariantes que constituyen el conocimiento científico.

Para Vergnaud, el pensamiento sólo es conceptual si obedece simultáneamente a criterios de orden teórico y práctico. Una simple conducta, aunque sea adaptada no es conceptual; pero un discurso teórico tampoco es conceptual a menos que de lugar a una conducta adaptada a la situación a la que se aplica el discurso. Una práctica lograda por entrenamiento o acondicionamiento no es un concepto, pero un concepto que no sea operativo tampoco lo es.

Vergnaud define un nuevo concepto teórico, el de “campo conceptual”. “Un campo conceptual es un espacio de problemas o de situaciones-problemas cuyo tratamiento implica conceptos y procedimientos de varios tipos en estrecha conexión” (Vergnaud, 1990).

El concepto de campo conceptual postula un enfoque sistémico de la práctica educativa, y plantea una posición crítica respecto de la habitual fragmentación o atomización de los contenidos escolares que se realiza en el currículo a fines de organizar la enseñanza.

Para Vergnaud el papel del conocimiento previo de los alumnos, no considerado como concepción errónea o ingenua, sino como precursor de nuevos conocimientos, posee un valor importante. Refleja que los conocimientos en acción que poseen los sujetos pueden evolucionar, a lo largo del tiempo, hacia los conocimientos científicos.

Aunque la TFS introduce la parte institucional en la formación del significado de un objeto matemático, y la teoría de los campos conceptuales no, lo que dificulta el estudio de la dialéctica entre las dimensiones personales e institucionales de la cognición matemática, en el aspecto cognitivo personal existen amplios acuerdos entre ambas teorías.

El Concepto de Función: Articulación entre Registros de Representación

El concepto de función permite modelizar múltiples situaciones del mundo real, relacionando variables diversas. De esta manera, se posibilita el análisis de las situaciones desde un punto de vista dinámico, lo que permite sacar conclusiones y formular generalizaciones.

Este concepto puede admitir representaciones en diferentes registros, con diversos alcances y limitaciones, y la articulación entre los mismos facilitará el aprendizaje conceptual. Dicha articulación forma parte del significado del OM función, pero no lo agota.

Se han realizado muchas investigaciones para precisar el término *representación* y para estudiar el papel que juegan las diferentes representaciones en el proceso de comprensión de los contenidos matemáticos (Font, 2001). La mayoría de las investigaciones acuerdan en que la naturaleza de las representaciones matemáticas ostensivas influye en el tipo de comprensión generada en el alumno, y también, el tipo de comprensión del alumno determina el tipo de representación ostensiva que puede utilizar.

Las investigaciones sobre la enseñanza-aprendizaje de las funciones han servido para mostrar la importancia de la traducción entre diferentes representaciones. Janvier (1987), en sus trabajos sobre el concepto de función, considera que las representaciones (aquí llamadas

representaciones ostensivas) asociadas al concepto de función se pueden clasificar en cuatro clases (expresión verbal, tabla, gráfica, y expresión analítica) y que, aunque idealmente contienen la misma información, ponen en función diferentes procesos cognitivos, cada uno de ellos estrechamente relacionado con los otros.

Janvier, entre otros, considera que el aprendizaje de las funciones no se ha de limitar al de una sola de estas formas de representación, sino que ha de incluir la capacidad de traducir la información de una representación a otra.

Las diferentes formas ostensivas que pueden representar a un objeto matemático (o sistema organizado de objetos) son el resultado de una larga historia en la que, en algunos casos, una nueva forma de representación plasma un nuevo programa de investigación.

Un cambio de notación puede activar un sentido diferente que puede facilitar o dificultar la resolución de cierta actividad, y dotar de un significado particular al concepto. Por ende, las diferentes representaciones ostensivas de los objetos matemáticos y las traducciones entre ellas son un elemento fundamental para su comprensión y, por tanto, para su enseñanza y aprendizaje.

Siguiendo el análisis efectuado por Font (2001), se describe que cada una de las cuatro formas de representar una función tiene una génesis histórica diferente y, por lo tanto, un estudio histórico de los métodos y procedimientos que se han utilizado para calcular la expresión analítica a partir de gráficas, puede dar ideas utilizables en el aula.

Si bien las curvas están presentes en toda la historia de las matemáticas, uno de los momentos en que se plantea claramente el paso de la gráfica de la curva a su expresión simbólica es en el momento del nacimiento de la Geometría Analítica.

Los trabajos de Descartes son muy interesantes porque parten de las dos Metáforas Clásicas sobre las curvas (utilizando el término metáfora tal como lo utilizan Lakoff y Nuñez, 2000, que consideran que la esencia de la metáfora es entender y experimentar un tipo de cosa en términos de otra):

- las curvas son secciones; y,
- las curvas son la traza que deja un punto que se mueve sujeto a determinadas condiciones; para añadir una tercera:
- las curvas son la traza que deja un punto que se mueve sujeto a determinadas condiciones.

El análisis de estas condiciones permite encontrar una ecuación que cumplen los puntos de la curva.

Hasta principios del siglo XIX, cuando Cauchy empieza la reorganización del análisis infinitesimal, esta última metáfora es la que se puede encontrar en los libros de análisis infinitesimal. Es decir, hasta la aritmetización del análisis, las gráficas de funciones eran consideradas como la trayectoria descrita por un punto en movimiento, la cual se podía expresar por una fórmula. Estas visiones estaban impregnadas de una fuerte impronta física.

A partir de los trabajos de Fourier, Cauchy y Dirichlet, entre otros, se aceptaron como gráficas de funciones curvas que no podían ser trayectorias. Con la posterior aplicación de la teoría de conjuntos a las funciones, terminó de tomar forma la metáfora conjuntista:

- La gráfica de una función f es el conjunto formado por los puntos x de coordenadas $(x; f(x))$.

Este análisis histórico permite comprender que el concepto de función, como todo concepto matemático en particular y científico en general, posee su propia génesis histórica, y su evolución se ha dado bien construyendo sobre concepciones previas, o bien contra ellas, y que conviene considerar las diferentes metáforas que históricamente han estructurado el concepto de gráfica de una función para diagramar actividades con los alumnos y analizar sus concepciones. Pero el componente histórico generalmente está ausente en la clase de matemática, o simplemente se lo incluye de modo anecdótico y no como muestra de los obstáculos que los hombres han sorteado en la evolución de la ciencia.

METODOLOGIA

Sin olvidar ninguno de los polos (institucional y personal) mencionados en la TFS, uno puede privilegiar el análisis de uno sobre el otro en diferentes momentos de la investigación. Así, nuestro proyecto de investigación consta de diferentes etapas, no aisladas entre sí, sino muchas veces recursivas ya que a la luz del análisis en alguna de ella, pueden desprenderse modificaciones en otras.

Las etapas son:

- Etapa 1: Mesa de trabajo sobre desarrollos teóricos: epistemológicos, de psicología cognitiva, de didáctica especial, de historia de la matemática, etc.
- Etapa 2: Análisis de textos: de nivel Polimodal / Secundario, referidos al tema Función.
- Etapa 3: Diseño metodológico: preparación de encuestas, entrevistas, cuestionarios. Elección de variables, construcción de indicadores.
- Etapa 4: Diagnóstico del grupo de trabajo: Se realizará al comenzar el ciclo lectivo, con los alumnos ingresantes.
- Etapa 5: Aplicación de encuestas – Diseño de actividades: Se llevarán a cabo durante un ciclo lectivo completo.
- Etapa 6: Elaboración de corpus teórico: elaborado a partir de lo seleccionado en la mesa de trabajo.
- Etapa 7: Interpretación de los datos: análisis e interpretación de los datos obtenidos en el trabajo de campo a partir del corpus teórico.
- Etapa 8: Elaboración de estados de avances: los mismos constituirán insumos para presentar trabajos en Congresos de la especialidad o de investigación educativa.
- Etapa 9: Elaboración de conclusiones finales: respondiendo a los objetivos planteados, incluyendo propuestas de alternativas.

Este trabajo muestra resultados correspondientes a la Etapa 4, aunque no de manera completa y definitiva. Se están trabajando también las etapas 1 y 2, y elaborando estados de avances (etapa 8).

La unidad de análisis la constituyen los alumnos ingresantes al Profesorado de Matemática para EGB 3 y Polimodal, del año 2006, de la Institución en que se desarrolla el proyecto, aunque en una etapa posterior, podrá ampliarse el universo de estudio al resto de los alumnos de dicha carrera, e incluso a alumnos de primer año de carreras universitarias (no matemáticas) de la Facultad con que articula dicho proyecto de investigación.

Se prevén acciones futuras para completar la Etapa 4, tales como entrevistas y cuestionarios, tendientes a completar el diagnóstico del grupo de trabajo, haciendo hincapié en la identificación y análisis de sus modelos mentales, para comprender los significados personales sobre el OM función en estos alumnos.

RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos para dos de las ocho actividades de diagnóstico consideradas.

El enunciado de la Actividad 1 fue el siguiente: “Te presentamos aquí distintas formas de expresar funciones: gráficos cartesianos, tablas de valores, expresión algebraica, y también posibles dominios de definición. Completa la siguiente tabla con el/los números/s correspondiente/s en cada caso (puedes dejar celdas vacías, o escribir más de un número por celda si correspondiera)”.

Luego se le presentaban al alumno seis gráficos de funciones, diferentes tablas de valores y expresiones algebraicas correspondientes a dichas funciones, y posibles conjuntos numéricos

(expresados de diferentes modos) como dominios de definición. Debían establecer una correspondencia entre los diferentes registros de una misma función (numerados todos ellos), volcando sus respuestas en una tabla.

Categorizando las respuestas de los alumnos como BIEN, NO RESPONDE, y CON ERRORES, los siguientes gráficos muestran los resultados para las articulaciones entre registro gráfico con registro tabla y expresión algebraica, y el reconocimiento del dominio de definición. Cabe aclarar que la identificación de respuestas “con errores” busca hacer una clasificación de los mismos y un análisis posterior, siempre tendiendo a la comprensión de los significados personales de los alumnos y a la identificación de sus modelos mentales.

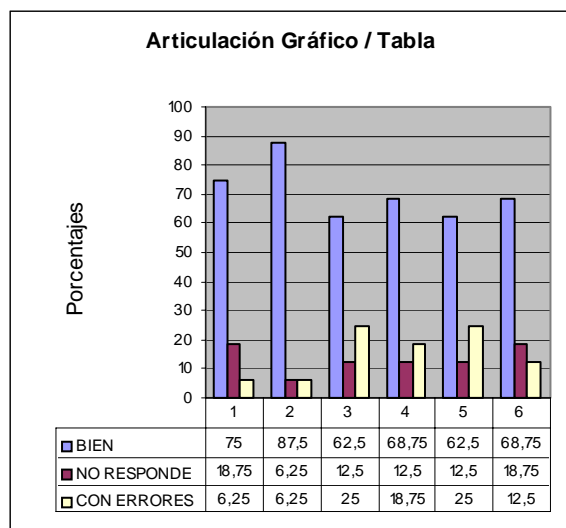


Gráfico 1: Articulación Gráfico / Tabla

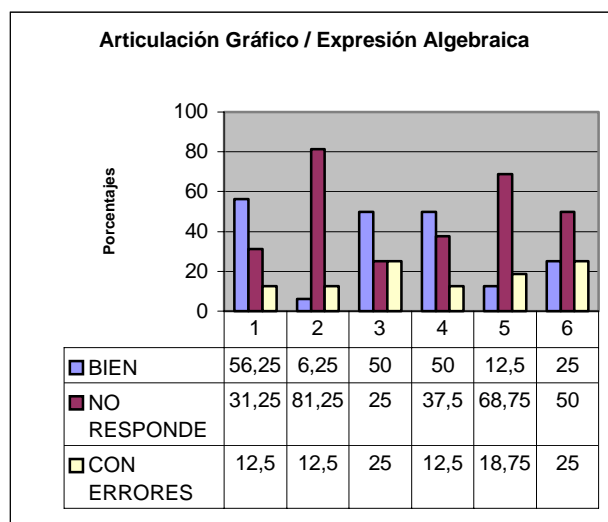


Gráfico 2: Articulación Gráfico / Expresión Algebraica.

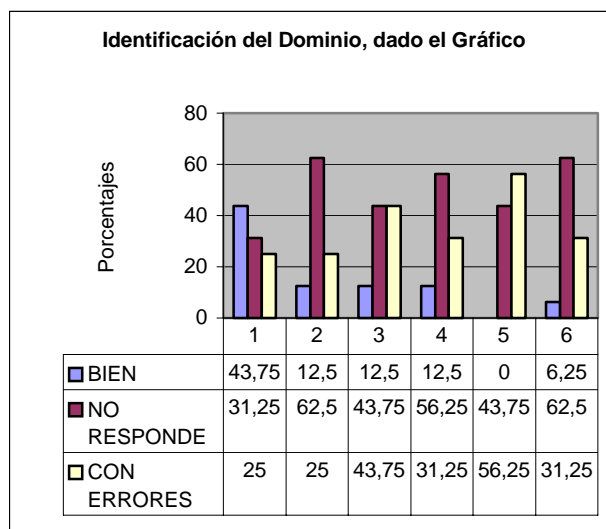


Gráfico 3: Identificación del Dominio, dado el Gráfico.

Posteriormente, se analizaron sólo las respuestas CON ERRORES, para identificar los tipos de errores cometidos. En la siguiente tabla (Tabla 1) se da una descripción (en cuanto a tipo de función y dominio de definición) para cada uno de los seis gráficos presentados a los alumnos, y se muestran los errores cometidos, tanto en la articulación entre registros como en la identificación del dominio.

Errores en Articulación Gráfico con:				
Gráfico N°	Descripción	Tabla	Expresión Algebraica	Dominio
1	FL. Dominio: R	FP	FE	N. Q. Z
2	FL. Dominio: N	FP. Dominio: R+	FE	R+. Z
			FP	
3	FC. Dominio: R	Dominio: N	FE	R+. Z. N
		FE	FL	
4	FE. Dominio: R	FC	FP	R+. Q
		FC. Dominio: N.	FC	
		FP. Dominio: R+		
5	FC. Dominio: N	Dominio: R	FE	R+. R. Z
		FL. Dominio: R		
6	FP. Dominio: R+	FC. Dominio: R	FC	R. Q. Z
		FE. Dominio: R	FP, incorrecta.	

Referencias:	Función Lineal	FL
	Función Cuadrática	FC
	Función Exponencial	FE
	Función por partes	FP

Tabla 1: Errores de los alumnos.

En la Actividad 4 se presenta un cuestionario con escala valorativa, con enunciados referidos a la matemática, buscando identificar concepciones de los alumnos ingresantes, y futuros profesores, sobre la misma. Los enunciados son similares a los considerados por Ramos y Font (2004) pero en ese caso se implementó con profesores. Consideramos interesante repetir esta experiencia con los alumnos del profesorado, ya que está muy relacionada la forma de ver o definir la matemática en general con la forma de aprenderla y enseñarla.

En este trabajo mostraremos los resultados obtenidos para los enunciados d) e) y f), ya que nos permiten indagar sobre concepciones de los alumnos en cuanto a contextualización de la matemática y uso de su historia, componentes que consideramos importantes en el estudio de la matemática.

- Actividad 4: A continuación se te ofrecen una serie de enunciados, indica tu grado de aceptación, en cada caso, según el siguiente convenio: 1 Totalmente en desacuerdo; 2 En desacuerdo; 3 Neutral (ni de acuerdo ni en desacuerdo); 4 De acuerdo; 5 Totalmente de acuerdo.

d) Conviene presentar los conceptos matemáticos de la manera más general posible y separado de los contextos que les dan sentido, para así evitar las dificultades de comprensión que la presentación contextualizada pudiese producir.

e) Conviene presentar unas matemáticas centradas sobre ellas mismas y muy alejadas de las otras ciencias.

f) La historia de la matemática puede conocerse de modo anecdótico, pero no es relevante para la comprensión de la matemática.

El siguiente gráfico (Gráfico 4) muestra los resultados obtenidos en esta actividad, indicando los porcentajes de cada respuesta valorativa, para los items mencionados.

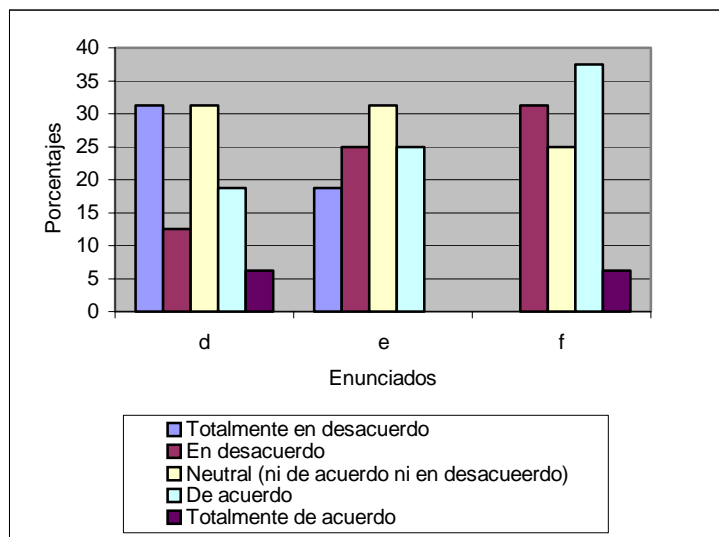


Gráfico 4: Resultados de la Actividad 4, para ítems d), e) y f).

Enunciado	Grado de aceptación (%)				
	1	2	3	4	5
d	31,25	12,5	31,25	18,75	6,25
e	18,75	25	31,25	25	0
f	0	31,25	25	37,5	6,25

CONCLUSIONES

En esta primera etapa del Proyecto de Investigación en la que se llevó a cabo el diagnóstico del grupo de alumnos ingresantes al Profesorado de Matemática del ISFD N° 156 de Azul, en particular sobre las concepciones de los mismos sobre la matemática y la posibilidad de articulación entre registros de representación de las funciones, se arriba a las siguientes conclusiones:

- La mayoría de los alumnos articula bien el registro gráfico con la tabla de valores para todos los tipos de funciones presentados, pero un 25% comete errores en dicha articulación cuando la función es cuadrática (tanto de dominio real o natural) y un 18,8%, cuando la función es exponencial.
- Un alto porcentaje de alumnos no responde la actividad referida a la articulación entre gráfico y expresión algebraica, y la mayoría de los errores (25%) se encuentran al trabajar con función cuadrática de dominio real y función definida por partes.
- Al tener que identificar el dominio correspondiente a un gráfico dado, nuevamente un alto porcentaje de alumnos no responde. El mayor porcentaje de errores se da en la identificación del dominio para la función cuadrática: 56,3% lo hace mal, si el dominio es el conjunto de los números naturales, y 43,8%, si son los números reales.
- De la categorización de errores se desprende confusión entre función cuadrática y función exponencial mayoritariamente, y problemas generales para la identificación del dominio.
- Del grado de aceptación de enunciados que postulan la enseñanza de la matemática alejada de los contextos en que se originaron o aplican conceptos matemáticos, y de la poca importancia asignada a la historia de la matemática, se desprende una visión

descontextualizada y ahistórica de la misma, coherente con un modelo de enseñanza de la matemática tradicional.

El trabajo aquí presentado es una primera parte diagnóstica, incompleta aún, que conjuntamente con entrevistas y cuestionarios permitirán determinar los significados personales que los alumnos poseen del OM función, analizando sus modelos mentales y las brechas con los modelos conceptuales, identificando también concepciones alternativas o errores sistemáticos y su posible relación con obstáculos de tipo epistemológico, propios del saber en juego.

Para terminar recordemos una importante reflexión, con la que coincidimos ampliamente, de Higuera (1998): “Tanto se ha descompuesto el objeto función en segmentos para su enseñanza, que el alumno no logra unificarlos dándoles una significación global.”

BIBLIOGRAFÍA

- DUVAL, R. 1993. Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav – IPN, México.
- FONT, V. 2001. Reflexiones didácticas desde y para el aula. Expresiones simbólicas a partir de gráficas. El caso de la parábola. *REVISTA EMA*, Vol. 6, N° 2, 180-200.
- GODINO, J. D. 2003. *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Monografía de Investigación para el Concurso a Cátedra de Universidad. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperable en: <http://www.ugr.es/local/jgodino>
- GODINO, J. D.; BATANERO, C. 1994. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 14, n° 3: 325 - 355.
- JANVIER, C. 1987. Translation processes in mathematics education, en Janvier, C. (ed.): *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (págs. 27-32). Hillsdale, New Jersey : Lawrence Erlbaum A.P.
- JOHNSON-LAIRD, P. 1983. Mental models. Cambridge: Cambridge University Press.
- JOHNSON-LAIRD, P. 1990b. El ordenador y la mente. Barcelona, España: Paidós.
- LAKOFF, G.; NÚÑEZ, R. 2000. *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books.
- MOREIRA, M. A. 1997. Modelos mentais. *Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, 1(3): 193-206.
- RAMOS, A. B.; FONT, V. 2004. Creencias y concepciones del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una facultad de ciencias económicas y Sociales. *Actas III. Congreso Internacional Docencia Universitaria e Innovación*. Girona.
- RUIZ HIGUERAS, L. 1998. La noción de función. Análisis epistemológico y didáctico. España. Editorial de la Universidad de Jaén.
- VERGNAUD, G. 1990. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, Vol. 10, n. 2,3, pp. 133-170.