

LOS PROBLEMAS DE REGLA Y COMPÁS: DE EUCLIDES AL MUNDO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Liliana SIÑERIZ

*Centro Regional Universitario Bariloche - Universidad Nacional del Comahue - Argentina
lsineriz@crub.uncoma.edu.ar*

RESUMEN

Las construcciones con regla y compás son construcciones geométricas, independientes de la medida, en las que los únicos instrumentos permitidos son la regla no graduada y el compás, y en las que se utiliza la regla para trazar rectas, y el compás para trazar circunferencias. Sin embargo, el espíritu desde el cual se concibe a dichas construcciones puede ser diverso. En este curso haremos referencia a dos perspectivas distintas bajo las cuales se ha abordado esta temática: la primera de ellas es la que proviene de la Geometría Sintética, la cual nos remitiremos a interpretar desde la obra euclídea, y la segunda surge desde el campo de la resolución de problemas.

Inicialmente vamos a analizar la perspectiva euclídea desde el libro I de los Elementos, a modo de brindar una pincelada dirigida a ilustrar el sentido que estos problemas han tenido para un matemático que nos delega una presentación lógica de la geometría en la forma de una sola cadena de proposiciones basadas en unas cuantas definiciones y suposiciones iniciales. Esta perspectiva está dirigida a mostrar la existencia de un objeto geométrico mediante su construcción.

Posteriormente nos vamos a centrar en el terreno heurístico, donde estas construcciones pueden ser utilizadas para la apropiación de ciertas formas de actuar al resolver problemas que pueden describirse en forma independiente al contenido matemático concreto del problema. El propósito es presentar algunos elementos teóricos del campo de la resolución de problemas matemáticos, para que el docente o el futuro docente, pueda utilizarlos al interpretar las conductas de sus alumnos al resolver problemas y pueda integrarlos a la planificación de la tarea docente. En particular nos centraremos en los métodos de resolución aplicables a estos problemas y analizaremos los efectos de su uso.

FUNDAMENTACIÓN

Los problemas geométricos de construcción tradicionalmente han ocupado un lugar esencial en la geometría plana debido a su potencial para desarrollar formas de hacer matemática.

Un relevamiento bibliográfico en la temática permite observar el espíritu heterogéneo desde el cual se puede concebir a dichos problemas. Nosotros vamos a delimitar el campo de estudio a dos de estas perspectivas.

Las construcciones geométricas nos remiten a la antigua Grecia, en donde sedujeron a varios matemáticos, en la época en que la concepción de la geometría deja de ser absolutamente pragmática y tiende a constituirse como ciencia basada en el razonamiento deductivo. En este sentido, resulta de interés analizar los problemas resolubles con regla y compás desde la perspectiva euclídea, en cuyo sistema juegan un rol indudable, y a tal fin se dirige la primera parte de este curso.

Asimismo, las recomendaciones de diferentes sectores del quehacer educativo a nivel internacional y las actuales orientaciones ministeriales para los programas de escuela media, llevan a considerar a la resolución de problemas como la forma privilegiada para la construcción de los conocimientos, y por tanto, ubicada en el proceso de enseñanza-aprendizaje como objetivo, contenido de estudio y recurso didáctico. Esto conduce al tratamiento de los problemas por sí mismos, como actividad matemática creativa, y entre otros aspectos, hace necesaria la enseñanza explícita en métodos de resolución.

Atendiendo a estas consideraciones, utilizaremos las construcciones geométricas para la apropiación de ciertas formas de actuar al resolver problemas de matemática que pertenecen al terreno de la heurística –no suponen una garantía para llegar al resultado y pueden describirse independientemente del contenido del problema concreto-.

Los métodos de resolución implicados en estos problemas plantean una serie de pasos a seguir, que se traducen en la construcción de ciertos objetos geométricos, para lo cual no se establecen pautas para su solución; es decir que estos métodos no garantizan la solución del problema inicial, sino que lo transforman en construcciones o problemas más abordables, de ahí es que los consideramos heurísticos. Por tanto, dichos problemas resultan ser un instrumento adecuado para la enseñanza de la resolución de problemas en el aula.

Estos elementos teóricos serán de gran ayuda para analizar la potencialidad de un problema, dar orientaciones que faciliten el progreso hacia la solución e interpretar las conductas de los alumnos al resolver problemas. Difícilmente podrán ser integrados a la planificación de la tarea docente sin un tratamiento específico y detallado de los mismos, por lo cual la segunda parte de este curso está organizada con este propósito.

OBJETIVO GENERAL

Presentar dos formas contrastantes de abordar las construcciones con regla y compás: la de Euclides, acorde a un punto de vista matemático, el cual gira exclusivamente sobre los problemas de constructibilidad, y la que proviene de la heurística, donde estas construcciones pueden ser utilizadas para la apropiación de ciertos métodos generales para resolver problemas.

OBJETIVOS PARCIALES

Examinar las reglas de juego de la construcción euclideana mediante los tres primeros postulados.

Examinar la equivalencia entre el compás euclídeo y el moderno.

Promover la aplicación de métodos heurísticos en el proceso de resolución de un problema y analizar los efectos de su uso.

Promover el análisis del potencial heurístico de los problemas de regla y compás.

Brindar elementos teóricos del mundo de resolución de problemas para indagar el proceso e integrados al planificar la tarea docente.

CONTENIDOS: “Construcciones con regla y compás: Dos ópticas diferentes”

1. Desde la Geometría Euclídea

1.1. Perspectiva euclídea de los problemas de regla y compás.

1.2. Postulados y nociones comunes.

- 1.3. Primeras proposiciones del libro 1 de Los Elementos.
- 1.4. Compás moderno vs. compás euclideo.
2. Desde la Heurística
 - 2.1. Uso de métodos heurísticos en la resolución de problemas de construcción con regla y compás: Método de los Dos Lugares; Método de la Figura Auxiliar y Método de la Figura Semejante.
 - 2.2. Los métodos como generadores de problemas.
 - 2.3. Interpretación de los algoritmos de construcción sobre la base de los métodos.

DESCRIPCIÓN

Los contenidos y la metodología previstos para este curso están basados en producciones teóricas y resultados provenientes de datos empíricos derivados de Siñeriz L., 2000.

Hemos mencionado que el interés curricular del tema se debe tanto a su importancia teórica como a su cualidad para facilitar el aprendizaje de ciertas herramientas para resolver problemas. Por ende, nos centraremos en las construcciones con regla y compás atendiendo tanto al contenido matemático como a los métodos subyacentes al resolver esta clase de problemas.

Atendiendo al contenido matemático involucrado en estas construcciones, inicialmente vamos a analizar la perspectiva euclídea desde el libro I de los Elementos, a modo de brindar una pincelada dirigida a ilustrar el sentido que estos problemas han tenido para un matemático que nos delega una presentación lógica de la geometría en la forma de una sola cadena de proposiciones basadas en unas cuantas definiciones y suposiciones iniciales.

Examinaremos cómo se establecen las bases operativas del procedimiento de construcción con regla y compás a través de los primeros postulados. La suficiencia de dichos postulados para luego poder transportar segmentos y circunferencias nos permitirá visualizar la elegancia del método euclídeo.

Se analizarán las primeras proposiciones, correspondientes a construcciones básicas, cuya existencia está garantizada por las nociones comunes y postulados que conforman el tratado.

Vamos a explorar el sentido que tienen estos problemas desde esta óptica, donde las proposiciones van a demostrar que algo es construible con los instrumentos mencionados.

Como ya lo hemos indicado, estos problemas no solo constituyen un buen recurso para trabajar contenidos geométricos, sino que también pueden ser utilizados para la apropiación de ciertos métodos generales de resolución. Entonces el propósito será poner en evidencia la existencia de las heurísticas implícitas en este tipo de problemas y enseñar a aprovechar tal potencial heurístico.

Desde esta óptica, presentaremos los métodos heurísticos y analizaremos el efecto de su uso. Para ello, se reinterpretará el procedimiento automático que disponen los participantes para realizar ciertas construcciones geométricas, lo cual desemboca en la formulación de los pasos del método implicado. Una vez explicitados estos pasos, se resolverán otros problemas en los que el método es de aplicable, rescatando los algoritmos de construcciones elementales implicados en estas resoluciones.

Se introducirá la noción de “espacio de problemas” para examinar la influencia de los métodos en el proceso de resolución, y se reinterpretarán los algoritmos de construcciones elementales sobre la base de dichos métodos.

EVALUACIÓN

En el marco de las actividades se prevé una evaluación continua que permita a cada participante el control de su aprendizaje y posibilite realizar los ajustes necesarios para lograr los objetivos propuestos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beppo Levi (1947): *Leyendo a Euclides*. (Ed. Rosario S. A.).
- Butts T. (1980): Posing Problems Properly, en Krulik, S. y Reys, R. eds. (1980): *Problem Solving in School Mathematics*. (NCTM:Reston,VA), págs. 23-33
- Euclides (1991): *Elementos*. (Editorial Gredos: Madrid).
- Eves, H. (1969): *Estudio de las Geometrías*, tomo I (Unión Tipográfica Editorial Hispanoamericana, México).
- Lakatos, I. (1981): El método de análisis y síntesis, en *Matemáticas, Ciencia y Epistemología*. Vol.2 Alianza Ed: Madrid.
- Polya, G. (1945): *How to solve it*. (Princeton University Press, Princeton NJ). [Traducción castellana de J. Zugazagoitia: *Cómo plantear y resolver problemas* (Trillas: México) 1965].
- Polya, G. (1962-1965): *Mathematical Discovery*, 2 vols. (John Wiley and Sons, New York).
- Puig, L. (1996): *Elementos de resolución de problemas*. (Editorial Comares: Granada).
- Schoenfeld, A. (1983): *Problem Solving in the mathematics curriculum: a report, recommendations and an annotated bibliography*. (Mathematical Association of America: Washington, DC).
- Schoenfeld, A. (1985): *Mathematical problem solving*. (Academic Press: Orlando, FL). Schoenfeld A. (1986): On having and using geometric knowledge. In *Conceptual and Procedural Knowledge: The case of Mathematics*, edited by James Hiebert. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers- Hillsdale, N.J.- London.
- Siñeriz L. (1994): *Métodos y Heurísticas de Resolución de Problemas*, cuaderno universitario nº 22, secretaría de Investig. CRUB, UNC.
- Siñeriz L. (2000): *La enseñanza de la resolución de problemas de regla y compás. Del mundo de la pura resolución de problemas a la escuela media argentina: estudio de dos casos*. Tesis Doctoral. Universidad de Valencia.