

**P251-3****EL ROL DE LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA**

**Lina Mónica OVIEDO, Ana María KANASHIRO, Marcela Belén NICOLAU, Nancy Beatriz DELPECH, Mónica Patricia BENZAQUEN, Mónica GORROCHATEGUI**

*Facultad de Ingeniería Química - Universidad Nacional del Litoral  
25 de mayo 2820 Dpto. 6 - 3000 - Santa Fé - República Argentina  
loviedo@fiqus.unl.edu.ar - akanashi@fiqus.unl.edu.ar*

**Palabras Claves:** matemática, representaciones, didáctica, semiótica.

**RESUMEN**

El objetivo principal de la investigación en Didáctica de la Matemática es describir y analizar los factores que condicionan la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, para luego permitir acciones controladas sobre tales procesos. Los modelos desarrollados dentro de esta línea que se centran en una reflexión teórica de los objetos de estudio tienen en cuenta las dimensiones epistemológicas, sociales y cognitivas, asumiendo y analizando la complejidad de las interacciones entre el docente, el saber y el alumno en el seno mismo de la clase de matemática. En este marco, nos proponemos analizar qué papel desempeñan las distintas representaciones semióticas (numérica, gráfica y analítica) de un objeto matemático en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Algunos de los interrogantes que se nos plantean son:

¿Las representaciones semióticas en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática favorecen la comprensión o se constituyen en un obstáculo?

¿Confunden, los alumnos, los objetos matemáticos con sus representaciones semióticas?

¿Qué papel juegan las distintas representaciones semióticas en el análisis y resolución de problemas de matemática?

Con este trabajo pretendemos contribuir a la elucidación de estos y otros interrogantes, los cuales plantearemos en los distintos niveles del sistema educativo argentino y en diferentes áreas temática de la Matemática.

**INTRODUCCIÓN**

Este Proyecto de Investigación y Desarrollo aprobado por Evaluadores Externos y financiado por la Universidad Nacional del Litoral, constituye el trabajo de un equipo conformado por docentes provenientes de los distintos niveles educativos, bajo la dirección y supervisión de docentes universitarios

**DESARROLLO**

Realizar una investigación en Didáctica de la Matemática, es decir, estudiar los factores que condicionan la enseñanza y el aprendizaje de la matemática o de un tema específico de la

misma, y desarrollar programas tendientes al mejoramiento de su enseñanza conlleva tener en cuenta a la propia Matemática como a las contribuciones de otras disciplinas: Psicología, Pedagogía, Sociología, Filosofía, Lingüística y Antropología, sin olvidar el papel preponderante que desempeña la Historia de la Matemática, pues el estudio de la evolución de la misma posibilita comprender de una manera más eficaz el desarrollo del aprendizaje de la Matemática en el hombre (Brousseau, 1991, Chevallard, 1991).

La investigación de cómo se apropian los individuos del conocimiento matemático no puede desarrollarse sin un análisis epistemológico de los conceptos considerados como nociones matemáticas, los que se apoyan no sólo en su definición formal sino, de un modo fundamental, en los procesos implicados en su conocimiento.

Según Godino y Batanero (1995-1996), desde un punto de vista epistemológico y psicológico se considera que la matemática:

1) Es una actividad humana que se interesa por la resolución de situaciones problemáticas, ya sean del mundo físico, social o del propio dominio de la misma. Como respuestas a estos problemas emergen los objetos matemáticos, los cuales evolucionan progresivamente. Por tanto, son los actos de las personas la fuente genética de las conceptualizaciones matemáticas, acorde con las teorías constructivistas Piagetianas.

2) Constituye un lenguaje simbólico en el que se expresan las situaciones- problemas y las soluciones encontradas. Los sistemas de símbolos, dados por la cultura, tienen una función comunicativa y un papel instrumental ya que cambian a las propias personas que utilizan los símbolos como mediadores, acordes a la teoría psicológica de Vigotsky y semiótica de Rotman.

3) Constituye un sistema conceptual lógicamente organizado y socialmente compartido. Los objetos matemáticos son entidades culturales cuya naturaleza sistémica y compleja no puede ser descrita meramente por definiciones formales cuando nos interesamos por los procesos de enseñanza y aprendizaje de los mismos.

Por lo tanto, la matemática constituye una *realidad cultural* constituida por conceptos, proposiciones, teorías, etc. (los objetos matemáticos), y cuya significación personal e institucional está íntimamente ligada a los sistemas de prácticas realizadas para la resolución de situaciones problemáticas.

Según Freudenthal, los ingredientes característicos de la actividad matemática son la representación simbólica, la búsqueda de lo esencial entre los distintos contextos, situaciones, problemas o procedimientos, la generalización, la validación, la argumentación, etc.

Frecuentemente, se enfatiza que el conocimiento matemático se puede representar bajo diferentes formas semióticas. El dominio de las operaciones necesarias para cambiar la forma semiótica mediante la cual se representa un conocimiento es fundamental, ya que se constituye en una operación cognitiva básica. La misma está muy relacionada con los tratamientos de comprensión y con las dificultades del aprendizaje conceptual. Esto puede ser la causa de obstáculos que sólo la coordinación de varios registros semióticos ayuda a remontarlos, y en consecuencia, el dominio de la habilidad para cambiar de registro de cualquier representación semiótica en el aprendizaje de la matemática se torna fundamental.

Según Duval (1993, 1995), *un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiósis:*

1) *La presencia de una representación identificable.*

2) *El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada...*

3) *La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial...*

Sobre la construcción de conceptos, este autor establece que *“Toda representación es parcialmente cognitiva con respecto a lo que representa y, en consecuencia, la comprensión (integral) de un contenido conceptual está basada en la coordinación de al menos dos registros de representación, y esta coordinación queda de manifiesto por medio del uso rápido y la espontaneidad de la conversión cognitiva”*. Las consideraciones visuales son, bajo estos supuestos, importantes a la hora de resolver problemas. La visualización matemática en este contexto tiene que ver con una visión global, integradora, holística, que articule, libre de contradicciones, representaciones en varios sistemas.

Desde las perspectiva de la enseñanza, los programas de estudio y los libros de textos, en general, nos ofrecen, para el tratamiento de temas matemáticos, un predominio del escenario algebraico con algunos indicios de enfoques numérico y geométrico. Esto ha traído como consecuencia que se tenga una visión parcial del tema considerado, pues para comprenderlo totalmente se necesita establecer articulaciones entre los diferentes enfoques.

Una alternativa para modificar esta forma de enseñar es el juego de marcos (*jeux du cadre*) propuesto por Regine Douady (1986). *“Estas representaciones han sido tratadas utilizando distintas nociones surgidas en el campo didáctico (cambio de marcos o “jeux de cadres”, ostensivos,...) en el campo semiótico y cognitivos (“registros” en los trabajos de Duval)”* (Lacasta Zabalza, 2000). El concepto de marco se da en el sentido usual que se tiene, cuando hablamos del marco algebraico, el marco geométrico, etc. El objetivo que se persigue es trabajar con distintos tipos de marcos (representaciones) para un mismo problema. El trabajo con ostensivos distintos, realizando cambios entre los mismos, posibilita que el estudiante avance en las fases del problema y que sus concepciones evolucionen.

Estos antecedentes, constituyen una base fundamental para esta investigación didáctica con la que se pretende generar algún conocimiento para guiar esa sociedad tan particular como lo es “la clase de matemática” y ayudar al alumno a “hacer matemática”.

Para llevar adelante este proyecto debemos tener en cuenta tres tópicos importantes:

a) Las dificultades que presentan los alumnos pueden ser explicadas como una falta de coordinación entre los diferentes registros.

b) El conocimiento conceptual es el invariante de múltiples representaciones semióticas.

c) Teniendo en cuenta los distintos registros semióticos se pueden definir las variables independientes específicas de contenidos cognitivos.

Todo esto tendiente a la organización de propuestas didácticas para desarrollar la coordinación de los registros de representación.

## **Marco metodológico**

- Teoría de Situaciones Didácticas.
- Teoría Antropológica de la Didáctica.

## **Objetivos**

### **Generales**

Generar:

- Un espacio de información sobre distintos puntos de vista conceptuales y metodológicos vinculados a las diferentes representaciones de un mismo objeto matemático.
- Un espacio de reflexión donde analizaremos la información recibida en el marco de nuestras experiencias y saberes.

- Un espacio de producción donde encararemos diversas actividades que involucren dos o más tipos de representaciones de un mismo objeto, para implementar en el aula.
- Un espacio de evaluación destinado a integrar los aspectos desarrollados en los cursos.

### **Específicos**

- Promover el análisis crítico del material instruccional y bibliográfico que se utiliza en las clases efectivas de matemática en los tres niveles educativos: EGB, Polimodal y Universidad.
- Determinar a qué nivel y con qué tipo de representación operan los alumnos cuando hacen matemática.
- Analizar las metodologías y estrategias que se utilizan en las clases de matemática.
- Detectar obstáculos cognitivos generados por la elección inadecuada de un sistema semiótico al resolver un problema matemático.
- Generar distintos tipos de materiales didácticos para trabajar en el aula.
- Relevar y caracterizar las actividades matemáticas en los distintos ámbitos educativos.
- Contribuir a la formación de investigadores jóvenes en Didáctica de la Matemática

## **ESTADO ACTUAL DEL PROYECTO. CONCLUSIONES**

Los docentes integrantes del Proyecto, se encuentran realizando un análisis crítico del material instruccional y bibliográfico que se utiliza en las clases de matemática en los tres niveles educativos: E.G.B., Polimodal y Universitario, tratando de determinar con qué tipo de representación operan los alumnos cuando hacen matemática, analizando las metodologías y estrategias que se utilizan, intentando detectar obstáculos cognitivos generados por la elección inadecuada de un sistema semiótico al resolver un problema matemático.

Toda transformación educativa fundamentada es uno de los fines primordiales de la investigación en Didáctica de la Matemática, razón por la cual con esta investigación se espera lograr una caracterización de las distintas formas de representación de un mismo objeto matemático en las prácticas efectivas. Es por ello, que los docentes se encuentran trabajando, conforme al marco teórico-epistemológico de investigadores de las Teorías Didácticas Francesas, entre ellos Guy Brousseau, Yves Chevallard y Regine Douady, en la confección de sendas guías de autoaprendizaje, siendo los temas elegidos para tal fin “*Números Fraccionarios y Decimales*” para E.G.B. II y “*Funciones*” para el nivel Polimodal y Universitario.

Se ha realizado, además, un Seminario de Didáctica de la Matemática (septiembre- diciembre de 2005), se dictarán, en el corriente año dos cursos de perfeccionamiento docente a distancia: 1) Didáctica de la Matemática, 2) Los Procesos Iterativos en Matemática, a través de la plataforma e-learning y organizados por la Secretaría de Extensión de la Universidad Nacional del Litoral en el marco de la Red Federal, y se prevé el dictado de un curso de Semiótica con la participación de expertos en dicha temática.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Batanero C., Godino, J. D. y Navarro Pelayo. 1995. Epistemología e instrucción matemática: Implicaciones para el desarrollo curricular, pp.15-26- n, L Bazini (Ed.), Proceeding of the V Conference on Systematic Cooperation between Theory and Practice. Universidad de Pavía.

- Bloch, Isabelle. 1999. L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique- détermination d'un milieu-connaissances et savoirs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. La Pensée Sauvage, Vol 19/2, pp. 135-194.
- Bloch, Isabelle. 2000. L'enseignement de l'analyse á la charniere lycée/ université. Savoirs, connaissances et conditions relatives á la validation. These de la Université Bordeaux 1. France.
- Brousseau, G. 1986. Fondaments et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, Vol. 7, n° 2: 33-115.
- Brousseau, Guy. 1998. théorie des situations didactiques. La Pensée Sauvage-Grenoble. Francia.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. 1997. Estudiar matemáticas, el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Barcelona: ICE Universidad Autónoma y Ed. Horsori.
- Chevallard, Yves. 1991. La transposición didáctica – del saber sabio al saber enseñado. Aique Grupo Editor.
- Chevallard, Yves. 1992. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives aportes par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. La Pensée Sauvage. Vol 12/1, pp. 73-112. Francia.
- Douady, Regine. 1986. Juego de Campos y Dialéctica Herramienta-Objeto. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 7, pp.5-31.
- Duval, R. 1998. Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamientos. pp. 173-201. *Investigaciones en Matemática Educativa*. Ed. Hitt, Fernando. México.
- Duval, R. 1999. Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?. Editorial Iberoamérica. México.
- Erickson, E. 1986. Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza. En M. C. Wittrock (ed). *La investigación de la enseñanza II: Métodos cualitativos y de observación*. pp. 119-161. Paidós. Barcelona.
- Godino J y Batanero C. 1996. Relaciones Dialécticas entre Teoría, Desarrollo y Práctica en Educación Matemática: Un eta- análisis de tres Investigaciones. pp. 13-22. En, N. Malara (Ed.), *An International View of Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*. Universidad de Módena.
- Godino, J. D. y Batanero, C. 1994. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, Vol 14(3):325-355
- Godino, J. D. y Batanero, C. 1998b. Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En, I. Vale y J. Portela (Eds), *IX Seminário de Investigacao em Educacao Matemática*. pp.25-45. Associacao de Profesores de Matemática. Portugal.
- Godino, J. D. 2001. Análisis semiótico y didáctico de procesos de instrucción matemática. Versión revisada del trabajo "Análisis epistémico, semiótico y didáctico de procesos de instrucción matemática".
- Goetz, J. y Lecompte, M. D. 1988. Etnografía y diseño cualitativo en Investigación educativa. Morata. Madrid.