

## UN PROBLEMA EN ECONOMÍA Y SU RESOLUCIÓN MATEMÁTICA

**Gladys C. MAY, Cristina COSCI, Javier ESPERANZA, Gabriel HIDALGO, Roberto SIMUNOVICH**

*Facultad de Ingeniería y Ciencias Económico Sociales, U.N.S.L  
Avenida 25 de mayo 384, San Luis, Argentina  
gcmay@fices.unsl.edu.ar acosci@fices.unsl.edu.ar*

**Nivel Educativo:** Educación Superior.

**Palabras Clave:** Resolución de problemas, plano, gráfico, registros de representación.

### RESUMEN

El presente trabajo consiste en analizar un problema sencillo de aplicación a la economía tomado en una evaluación recuperatoria a los alumnos de la asignatura Matemática II de la carrera de Contador Público, sobre el tema de superficies cuadráticas y curvas de nivel.

La resolución de problemas juega un papel muy importante para el desarrollo de la práctica docente en la enseñanza de la matemática en la Universidad y está relacionada con diferentes áreas, nosotros nos centraremos en particular en las matemáticas para las Ciencias Económicas, mostrando a los alumnos que cursan carreras de Ciencias Económicas que las Matemáticas son una herramienta necesaria para abordar situaciones reales de índole económica, por lo tanto el alumno debe aprender a desarrollar las distintas estrategias a utilizar en el desarrollo de un problema.

Es de sumo interés, analizar las dificultades que presentan los alumnos para identificar, graficar y reconocer las distintas superficies. En nuestra investigación, trabajaremos los registros numéricos, gráficos, y algebraicos y las conversiones entre ellos, ahondando en planteamientos controvertidos que tengan que ver con el concepto aplicándose una metodología cualitativa y considerándose el marco teórico: *Registros de Representación Semiótica* de Raymond Duval para determinar que y como aprenden estos alumnos.

### INTRODUCCIÓN

Uno de los grandes problemas de las matemáticas en las carreras de Ciencias Económicas u otras carreras afines, es el hecho de que los alumnos no muestran el interés suficiente, tal vez sea por que al ser asignaturas de los primeros años, los docentes no dan un enfoque más profesional, que es lo que el alumno esta buscando, pues queda claro que la mayoría de los alumnos no estudian matemática por el placer de saber.

Unos de los propósitos fundamentales de la docencia es brindar las condiciones necesarias para que los alumnos logren aprendizajes significativos. Esto supone la utilización de métodos, procedimientos, recursos, técnicas y una buena selección de actividades.

La resolución de problemas juega un papel muy importante para el desarrollo de la práctica docente en la enseñanza de la matemática en la Universidad. Además es fundamental mostrar a los alumnos que cursan carreras de Ciencias Económicas que las Matemáticas son una herramienta necesaria para abordar situaciones reales de índole económica, por lo tanto el

alumno debe aprender a desarrollar las distintas estrategias a utilizar en el desarrollo de un problema.

Aunque la resolución de problemas está relacionada con diversas áreas, nos centraremos en aspectos específicos relativos a la resolución de problemas en matemáticas y en particular en las matemáticas para las Ciencias Económicas.

En la asignatura de Matemática II, particularmente, los ejercicios prácticos son indispensables para aplicar, sintetizar, evaluar, analizar y asimilar la mayoría de los conceptos. Los conceptos matemáticos no quedan debidamente aprendidos, si el alumno no es capaz de servirse de ellos para resolver correctamente situaciones en los que sean aplicables esos conceptos. Con éste motivo se proponen al alumno en las guías de ejercicios prácticos problemas de tipo económico, donde se pone de manifiesto el uso de las matemáticas para su resolución.

Resolver un problema conlleva la realización de tareas que suponen procesos de razonamiento más o menos complejos, y no solamente una actividad asociativa y rutinaria.

Hay que diferenciar en ejercicios y problemas en una guía de matemáticas. Los primeros se reducen a la aplicación directa de las técnicas aprendidas, o lo que es lo mismo, la realización de ejercicios rutinarios, que no son más que ejercicios de reconocimiento y que se consideran necesarios para el aprendizaje. Si la guía contiene solamente ejercicios de operaciones rutinarias, estamos desaprovechando la oportunidad de despertar en el estudiante interés, en cambio, el planteamiento de problemas adecuados a los conocimientos de los alumnos y el estímulo a su resolución representan una buena oportunidad para que las matemáticas adquieran sentido para el alumno, sobre todo, como herramienta en su futuro profesional. Además le permite ver que los temas que se enseñan en la asignatura sirven como base para temas específicos de la carrera. Y que no les quede sin contestar la pregunta que se hacen frecuentemente ¿para que estudiamos esto?

Lo que caracteriza a la matemática es su hacer, sus procesos creativos y generativos. La idea de la enseñanza de la matemática que surge de ésta concepción es que los alumnos deben comprometerse a actividades con sentido, originados a partir de situaciones problemáticas.

Pensamos que la estrategia de resolución de problemas es mucho más rica que la aplicación mecánica de un algoritmo, pues implica crear un contexto donde los datos guarden una cierta coherencia. Desde este análisis se han de establecer jerarquías: ver qué datos son prioritarios, rechazar los elementos distorsionadores, escoger las operaciones que los relacionan, estimar el rango de la respuesta, etc.

Estas situaciones requieren de un pensamiento creativo que permita conjeturar, descubrir, inventar y comunicar ideas, así como probar esas ideas a partir de la reflexión crítica y la argumentación. A partir de todo esto hay una concepción o un acuerdo de aceptar la idea de que los alumnos aprendan matemática a través de la resolución de problemas.

Según Kilpatrick (1985) la utilización de los términos “problema” y “resolución de problemas” ha tenido múltiples y a veces contradictorios significados a través de los años. Como por ejemplo, los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares como una justificación para enseñar matemática, como motivación para introducir ciertos temas, como actividad recreativa, como medio para desarrollar nuevas habilidades, como práctica (la mayoría de las actividades en la escuela caen dentro de ésta categoría).

Otro significado es como habilidad, esto es, resolver problemas no rutinarios es caracterizado como una habilidad de nivel superior, a ser adquirida después de resolver problemas rutinarios. Y un último significado de resolver problemas es “hacer matemática.” Hay un punto de vista matemático acerca del rol de los problemas, que es creer, que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática consiste en problemas y soluciones.

El matemático más importante que sostiene ésta idea es Polya (1989).

Para Polya la pedagogía y la epistemología de la matemática están estrechamente relacionadas. Este autor considera que los alumnos tienen que adquirir el sentido de la

matemática como una actividad, es decir, su experiencia con la matemática debe ser consistente con la forma que la matemática es hecha.

Según Polya:

“Encontrar el camino correcto y la solución a un problema no es algo que a lo mejor lo podamos hacer en un solo momento. El éxito se basa, sobre todo, en la experiencia, en resolver muchos ejercicios o en haber trabajado durante muchas horas buscando una solución y bien vale la pena hacerlo. Es decir, para resolver problemas hay que resolver problemas”

## MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

Como marco teórico nos apoyamos en los registros de representación semiótica establecidos por Duval (1998). Este autor caracteriza un sistema semiótico es un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas:

- 1) La presencia de una representación identificable como una representación de un registro dado.
- 2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formada.
- 3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.
- 4) Considera asimismo, que la comprensión integral de un contenido conceptual está basada en la coordinación de al menos dos registros de representación y esta coordinación queda de manifiesto por medio del uso rápido y la espontaneidad de la conversión cognitiva.

Los alumnos deben aprender a realizar como una actividad necesaria, conversiones en distintos registros. La coordinación entre ellos es de vital importancia para el desarrollo del pensamiento. Este cambio de registros no se realiza en forma espontánea, pues el pensamiento moviliza un solo registro de representación. Bajo esta perspectiva, una de las actividades fundamentales de los profesores es enfrentar a los alumnos problemas en donde, para poder resolverlos, necesitan realizar conversiones entre distintos registros. Con el propósito de analizar las dificultades que se les presenta a los alumnos en cuanto a realizar conversiones de registros aplicando este concepto, se analizaron 44 evaluaciones de estudiantes de primer año de la carrera de Contador Público.

## DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

En este trabajo analizaremos las dificultades y carencias que observamos cuando el alumno de ciencias económicas se enfrenta a la resolución de un problema. El análisis lo hacemos a través de un problema bien sencillo, casi un problema rutinario, como los que tienen en la práctica sólo que la función  $z = f(x, y)$ , en este caso representa el costo de un producto.

Con este problema queremos analizar si reconocen las cuádricas y sus gráficas, porque como dice Duval, para que un concepto quede aprendido debe poder ser pasado a distintos registros.

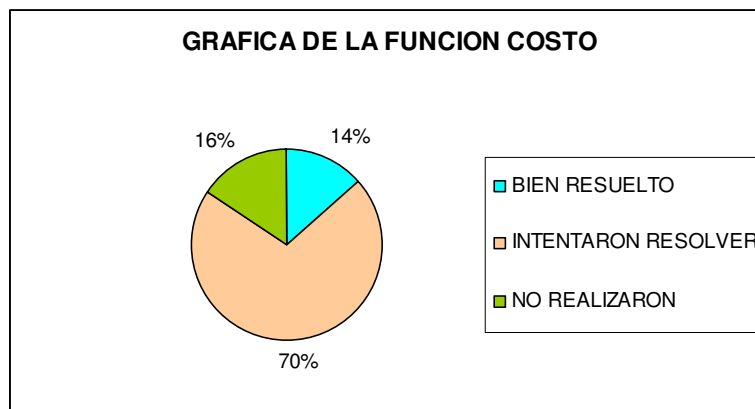
**El costo semanal en dólares por  $x$  automóviles y  $y$  camiones es:**

$$C(x,y) = 240000 + 4000x + 6000y$$

**a) Grafique la función costo  $C$ .**

**b) Grafique las curvas de nivel para  $z = 480000$  y  $z = 20000$ .**

El objetivo de la parte a) de esta actividad es analizar como los alumnos realizan la conversión del registro algebraico al gráfico.



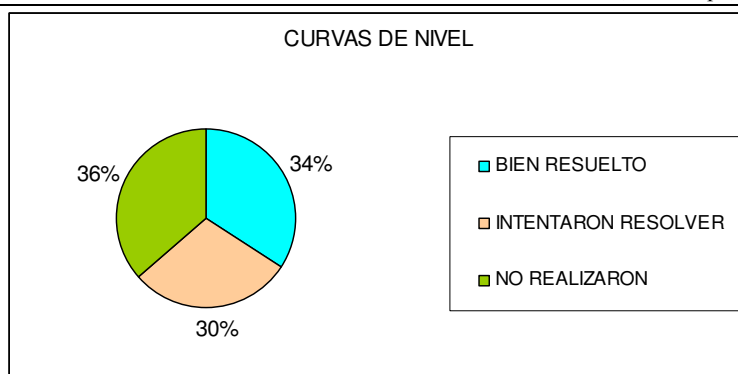
Análisis de las respuestas de los alumnos que intentan resolver el ítem a)

Reconocen la función Costo como plano	16 alumnos	51,6%
Grafican la función por el método de trazas	1 alumno	3,2%
Grafican la función encontrando los puntos de corte con cada uno de los ejes	12 alumnos	38,7%
Grafican a escala	11 alumnos	35,4%
Identifican los ejes y los puntos de corte	9 alumnos	29%

a) Se observa que con la mecánica de resolución de problema se desprende en general no saber plantear el problema económico en términos matemáticos y también es frecuente observar que una vez resuelto el problema matemático no interpretan económicamente los resultados.

b) Como vemos en el cuadro la mitad de los alumnos no reconocen la función Costo como un plano, esto se debe a que están acostumbrados a trabajar con la ecuación general del plano,  $Ax + By + Cz = D$ , el hecho de tener  $C(x,y) = 24000 + 6000x + 4000y$  y no la variable  $z$ , los desconcertó en el desarrollo de la actividad. Otra dificultad que se les presenta, que identifican correctamente la función como plano, pero se equivocan en los pasajes de término cuando quieren encontrar la ecuación segmentaria del plano con el fin de encontrar los puntos de intersección con cada uno de los ejes coordenados. El método de trazas no fue el utilizado por los alumnos para graficar planos aunque si lo hacen para las demás cuádricas

c) Dibujan los ejes mudos, no señalan los ejes, ni los puntos de corte, algunos no utilizan reglas, al tener números pequeños y grandes, no tratan de hacerlo en escala, otros como el punto de corte con el plano  $z$ , es un número grande, dibujan un plano paralelo al eje  $z$ .



Análisis de las respuestas de los alumnos que intentan resolver el ítem b)

Reconocen la notación $C(x,y)$ como la variable $Z$	10 alumnos	76,9 %
Reconocen las curvas de nivel como rectas	5 alumno	38,4%
Da la ecuación de la recta en forma explícita	4 alumnos	30,8%
Simplifica la ecuación y despeja correctamente	4 alumnos	30,8%
Grafica en el plano	7 alumnos	53,8%
Realiza el gráfico correctamente	2 alumnos	15,4%

**a)** Los resultados obtenidos en la **parte b)** son más óptimos que en la **parte a)** debido a que, al pedirles las curvas de nivel, se les dio directamente la variable  $z$ , en lugar de la función costos  $C$  (costo), que forma parte del planteo del problema, el ejercicio lo identificaron como los hechos en la práctica, pero muchos reemplazan la función costos por la constante, pero no continúan con el ejercicio. (No realizan el cambio de registro algebraico al gráfico).

**b)** La observación más relevante es que algunos de los alumnos encuentran de forma analítica correctamente las curvas de nivel y la ecuación segmentaria de la recta, pero confunden esta última con las ecuaciones cuádricas de la elipse o la circunferencia al no percatarse de que las variables no se encuentran elevadas al cuadrado sino que son de orden uno.

**c)** Se observa al igual que en el ítem a) dificultades manifestadas por errores al despejar las variables y simplificar las ecuaciones, lo cual provoca de que a pesar de sepan la resolución del ejercicio, los resultados sean incorrectos. Cabe mencionar una situación en particular, en la que uno de los alumnos en el proceso de simplificación erróneamente eliminó una de las variables de la ecuación, y a pesar de que la misma quedó con una sola variable, graficó la expresión como la ecuación de una recta.

**d)** Algunos de los alumnos grafican las curvas de nivel en el espacio y no en el plano.

## CONCLUSIONES

✓ Del análisis efectuado sobre las tareas solicitadas, concluimos que los alumnos deben aprender a realizar conversiones en distintos registros como una actividad necesaria, por lo que la coordinación entre dichos registros es de vital importancia para el desarrollo del pensamiento. Dado que, entre las habilidades matemáticas necesarias para resolver un problema, se combinan generalmente, tratamientos y conversiones, la diferenciación de registros de representación y la coordinación entre ellos son los puntos más importantes para el desarrollo del aprendizaje.

- ✓ En la mecánica de resolución de problemas, se desprende en general que los alumnos no saben plantear el problema que se les presenta, es decir, no saben formular el enunciado económico en términos matemáticos.
- ✓ Es frecuente observar que una vez resuelto el problema matemático no interpretan económicamente los resultados obtenidos.
- ✓ A pesar de ser alumnos de Matemática II, que ya poseen un entrenamiento en asignaturas anteriores, se observan errores en despejes y simplificación de ecuaciones.
- ✓ El ver el ejercicio como problema se le presenta como un obstáculo, ya que el conocimiento matemático es el mismo, sin embargo, no logran relacionar los conceptos teóricos con la aplicación en el campo de la economía.
- ✓ Como reflexión final, la evaluación se debe considerar como parte de la enseñanza y del aprendizaje, debe tener como objetivo acreditar el logro de los conocimientos, capacidades y competencias de distinto orden adquiridas por el alumno. Además le permite volver sobre lo hecho, repensar, focalizar aquellos aspectos que debe profundizar y producir, incorporando nuevas perspectivas. La evaluación nos debe servir para reflexionar, hacer un control de calidad sobre lo que hacemos, analizar, tomar decisiones. Una de ellas, en el caso del aprendizaje, sería calificar al alumno pero no la única y a veces ni la más importante.

## BIBLIOGRAFÍA

- Duval, R. (1998). Registros de Representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II*, (pp. 173-201). México: Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav.
- Gatica, N. Carranza, M., May G., Cosci C. (2002). El concepto de función en los libros de textos universitarios *XV Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. (pp.131 - 136) Buenos Aires.
- Kemmis y McTaggart (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona. Ed. Alertes.
- Villalobos A. y Farfan R. (2001). *Identificación de obstáculos en la construcción de gráfica de funciones*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, vol. 14. Panamá (pp. 396-399).
- Sanjurjo, Liliana, Vera María Teresa. (2006). *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medios y superior*. Ed. HomoSapiens.
- Schoenfeld, Alan H. (1985). *Ideas y Tendencias en la resolución de Problemas*. OMA Waner, Stefan, Costenoble Steven R. CALCULO APLICADO. 2º Edición. Año 2002. Editorial Thomshon.
- Weber, Jean E. (1982). *Matemáticas para Administración y Economía*. Cuarta Edición. Ed. Harla. Mexico.
- Polya, G. (1989). *Como plantear y resolver problemas*. Ed. Trillas.