

## EXPERIENCIA DE UN TALLER SOBRE MODELOS MATEMÁTICOS EN NIVEL POLIMODAL

**María Cristina MODARELLI, María de las Mercedes SUÁREZ**

*Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional del Centro de la Prov. de Bs. As.  
Avda. del Valle 5737, Argentina  
cmodarel@fio.unicen.edu.ar*

**Nivel Educativo:** Educación Polimodal / Nivel Medio.

**Palabras Clave:** taller, modelización, problema, funciones.

### RESUMEN

Desde su creación la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires se ha preocupado por las condiciones de ingreso de los estudiantes a sus diferentes carreras en esto impactan las condiciones de egreso del nivel anterior. Una manera de contribuir a facilitar esas condiciones ha sido la creación de las escuelas de nivel polimodal.

Es en este marco que dictamos, desde el año 2005, el Taller Modelos Matemáticos y Ciencias para la modalidad Ciencias de la Naturaleza. En él nos proponemos: reconocer los problemas del aprendizaje y de la enseñanza del álgebra y abordar su tratamiento a la luz de marcos teóricos pertinentes y entrar en el juego de la anticipación y reflexionar acerca de las estrategias que podrían desplegar los estudiantes en este Taller.

Nos interesa cuestionarnos acerca de que la enseñanza del álgebra se centra en la manipulación simbólica y en generalizar los métodos aritméticos concretos, y se detecta que este hecho ha conducido a una verdadera desarticulación del cuerpo de problemas de la aritmética generalizada.

En el trabajo damos cuenta de los resultados de una encuesta realizada a los estudiantes que eligieron este Taller con el fin de evaluar el mismo.

### INTRODUCCIÓN

Desde su creación, la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires se ha preocupado por las condiciones de ingreso de los estudiantes a sus diferentes carreras, situación en la cual impactan las condiciones de egreso del nivel anterior. Una manera de contribuir a facilitar esas condiciones, ha sido la creación de las escuelas de Nivel Polimodal en la sede Tandil, en primer término y en la sede Olavarría en segundo lugar.

El Diseño Curricular de los polimodales dependientes de la Universidad, nos brinda a los docentes la posibilidad del dictado de Talleres. Los estudiantes seleccionan estos espacios curriculares de manera tal que van construyendo su opción entre las distintas modalidades.

En la sede Olavarría las modalidades que se ofrecen son: Ciencias de la Naturaleza, Ciencias Sociales, Economía y Gestión de las Organizaciones y Arte, Diseño y Comunicación. La característica distintiva es que los alumnos asisten en el turno mañana a las asignaturas del tronco común y por la tarde, a los talleres (deben elegir entre los diferentes que se ofrecen).

Se dictan dos talleres por cuatrimestre y para graduarse en una determinada modalidad deben haber aprobado ocho talleres de esa orientación, en el transcurso de los tres años del polimodal. Es en este marco que dictamos, desde el año 2005, el Taller Modelos Matemáticos y Ciencias para la modalidad Ciencias de la Naturaleza.

## FUNDAMENTACIÓN

Muchos estudiantes encuentran serias dificultades en su desempeño en matemática al ingresar al Polimodal provenientes de la ESB; estas dificultades suelen estar relacionadas con lo que ellos perciben como un “abismo”, entre los conocimientos que traen y los nuevos que deben aprender.

Se debiera poner énfasis en que tendrán que enfrentar los nuevos problemas usando las nociones con las que ya venían trabajando. Correspondería aclarar también, que tendrán que elaborar estrategias e interpretar nuevas formas de representación. La mayoría de las veces esto no ocurre y se produce la pérdida del sentido de los objetos y las prácticas de la matemática; esto instala en los estudiantes una sensación de fracaso y de falta de confianza.

Desde el Espacio Curricular Modelos Matemáticos y Ciencias (con formato Taller) pretendemos contribuir a que ese “corte” que detectan los estudiantes con el nivel anterior, no impacte tanto en sus aprendizajes en general y en los de matemática en particular.

Al contexto descrito se suman las dificultades ligadas a la ruptura que involucra el pasaje de la aritmética al álgebra estas cobran un lugar esencial y han dado lugar a numerosos estudios. Como destaca Carmen Sessa (2005) *“Desde distintos lugares del mundo se acreditan las dificultades con las que se enfrentan los alumnos cuando son acercados a las primeras herramientas algebraicas. En respuesta a estas dificultades reiteradas, se suele proponer - de una manera más o menos explícita- una simplificación de los objetos y una algoritmización de las prácticas. Habría otra opción, apoyada en la intención de hacerse cargo de la complejidad: apuntar a la construcción de sentido como respuesta a las dificultades...”*

Desde el Taller, adhiriendo a lo anterior, proponemos los siguientes objetivos:

- Reconocer los problemas del aprendizaje y de la enseñanza del álgebra y abordar su tratamiento a la luz de marcos teóricos pertinentes.
- Contribuir desde el Taller con una propuesta de enseñanza que favorezca la construcción del sentido del álgebra, por parte de los estudiantes.
- Entrar en el juego de la anticipación y cuestionarnos acerca de las estrategias que podrían desplegar los estudiantes en este Taller.
- Comprender la importancia de la reflexión sobre nuestra propia práctica a fin de tener una actitud crítica con la misma, y valorarla como instancia de producción de nuevos conocimientos.

## ESTADO DEL ARTE

El análisis de las propuestas de enseñanza vigentes, demuestra que el álgebra se introduce en el primer año de la escuela secundaria (7° Año) a través de las ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Acordamos en que el paso inicial para modelizar en matemática amerita clarificar qué conocen los alumnos de álgebra y cómo han trabajado con ecuaciones.

Muchas indagaciones avalan que, en general, los estudiantes realizan un conjunto de tareas, en pro de la resolución, y mediante ellas elaboran el concepto (en muchos textos también se define así) de que **ecuación es una igualdad numérica y las letras son números a "develar"**. Al describir un procedimiento confunden lo que hacen con lo que es.

Esta falta de claridad en el concepto de ecuación lleva a definiciones del tipo: “eso...donde se despeja” o “lo que tiene x” o “donde está la incógnita” y algunas otras; todas ellas implícitamente coinciden en la unicidad de la solución.

Los obstáculos aumentan cuando “aparecen las letras” en ambos miembros, varias investigaciones coinciden con Carolyn Kieran: *“...una ecuación, no contiene, ...términos literales a ambos lados del signo igual. Las ecuaciones de ese estilo carecen de sentido a la vista de la presunta concepción... de una ecuación como un hecho numérico ligeramente disfrazado con la falta de algún componente”* (Kieran,C; Filloy Yagüe,E; 1989).

La atribución de significados que hacen los estudiantes, se inscriben dentro de un fenómeno ya encontrado por diversos investigadores, por ejemplo Vergnaud G. et al (1987): *“los alumnos piensan que lo que está a cada lado del signo igual en una ecuación es una cuenta indicada cuyo resultado **debe** tener algún significado”*.

En un momento en el cual existe una fuerte adhesión a la metodología de resolución de problemas, se debe tener especial cuidado en la asignación de significados muy centrada en la formulación del problema, que ignora la información que provee el signo igual en la ecuación modelizadora y provoca, al mismo tiempo, tanto la aceptación de soluciones incorrectas como el rechazo de las correctas; e impacta en lo que Alicia Camilloni (2005) llama “quedar pegado al problema”.

Como afirma Gascón, J.(2007) *“...los errores en el aprendizaje del álgebra surgen ...de no disponer de una formalización adecuada de los métodos aritméticos...”* ....“...se enfrentan con un obstáculo didáctico de origen epistemológico consistente en tener que desarrollar una operatividad sobre signos que poco antes se correspondían con referentes y fuentes propios de la aritmética mientras que el llamado lenguaje algebraico presupone un cambio esencial en dichos significados.”

Estamos adhiriendo a que, en lo que hace a la relación de igualdad, el símbolo o sea el signo igual, se trabaja sólo en el contexto aritmético. Es importante tener en claro, que la noción de igualdad pone de manifiesto en particular la necesidad de elaborar instrumentos mejor adaptados a la enseñanza integrada de la aritmética, el álgebra y el análisis; en concreto, medios para evitar los fenómenos de linealidad y reduccionismo Gascón (1994). Entendiendo que, la linealidad se puede describir considerando que la aritmética precede al álgebra y ésta al análisis y el reduccionismo se puede detallar en los siguientes términos: el álgebra es comprendida como una aritmética generalizada y el análisis como un álgebra de funciones.

Nos interesa cuestionarnos acerca de que la enseñanza del álgebra, se centra en la manipulación simbólica y en la generalización de los métodos aritméticos concretos, y se detecta que este hecho ha conducido a una verdadera desarticulación del cuerpo de problemas de la aritmética generalizada.

La noción de igualdad no puede ser restringida al modelo aritmético, a las "transformaciones por equivalencias" ni a la simplificación de expresiones aritméticas y algebraicas para la obtención de representaciones de diferentes objetos matemáticos.

Podríamos decir “estamos trabajando en un taller, llevar adelante todo esto escapa a nuestras posibilidades y el tiempo de que disponemos es escaso” pero plantear estas cuestiones para que sean tenidas en cuenta, también en el resto de los espacios curriculares nos parece pertinente.

Consideramos que siempre es importante que el docente diseñe secuencias didácticas, que presenten desafíos a los estudiantes de modo tal que sean capaces de aceptar que, a través de la resolución de los problemas, pueden afianzar conocimientos matemáticos construidos en años anteriores o construir nuevos conocimientos.

Es necesario poner en evidencia que es frecuente que las únicas modelizaciones aceptables por la cultura son aquellas que pueden reducirse a **modelos concretos**, esto es, culturalmente familiares y naturalizados; por ejemplo para enseñar las ecuaciones de primer grado con una incógnita se introducen en clase objetos como la **balanza** (cuestión que numerosas investigaciones han demostrado que se convierte posteriormente en un obstáculo).

Adherimos a la necesidad de recuperar los aspectos formales. Varios investigadores han detectado que la cultura corriente, desconoce el hecho esencial de que **los formalismos escritos** en matemática no provienen de ningún lenguaje oral, sino que **han nacido como lenguajes escritos** y son muy **difícilmente oralizables**, lo que provoca problemas didácticos específicos por ejemplo, en la enseñanza del álgebra.

### Opinión de los alumnos

Para conocer la opinión de los alumnos que participaron en el Espacio Curricular “Modelos Matemáticos y Ciencia” durante los años 2005 y 2006 se les pidió que contestaran, en forma anónima, el siguiente cuestionario.

<b>1. Sobre el desarrollo del taller</b>					
	Excelente	Muy bueno	Bueno	Indiferente	Malo
La organización del taller ha sido					
El nivel de los contenidos ha sido					
La utilidad de los contenidos abordados					
Los trabajos prácticos han sido					
El trabajo en el aula					
El ambiente del grupo en el aula					
El material entregado ha sido					
En general, el taller te ha parecido					
<b>2. Sobre tu participación en este taller:</b>					
	Excelente	Muy bueno	Bueno	Indiferente	Malo
Mi motivación ha sido					
Mi participación ha sido					
La aplicación de los contenidos ha sido					
<b>3. Expresa en una frase lo que no te gustó del Taller.</b>					
<b>4. Expresa en una frase que sacarías o agregarías al Taller.</b>					
<b>5. Expresa con una frase lo que le comentarías a un compañero o compañera que este interesado en realizar este Taller:</b>					
<i>Gracias por tu colaboración. Es de gran utilidad para mejorar la organización y desarrollo de nuestro taller.</i>					

Del procesamiento de los datos, podemos decir que para la primera pregunta, el 100% de los alumnos califica los distintos ítems, para evaluar el desarrollo del Taller, entre excelente y muy bueno. En la segunda cuestión la mayoría opina que su participación, su motivación y la aplicación de los contenidos fueron muy buenas.

La mayoría de los alumnos no expresa opinión alguna de lo que no le gustó del taller, sólo un estudiante dice “que los trabajos fueran en grupo”, reflexión que nos sorprendió, ya que en el desarrollo de las clases no detectamos incomodidad en los alumnos.

En lo inherente a lo que se sacaría o agregaría algunos estudiantes manifestaron: “más trabajo en la computadora”, “está bueno agregar más problemas de ingenio para resolver”, “me agregaría más juegos de ingenio”.

En lo que respecta a qué comentario harían a los compañeros interesados en hacer el taller, alguno de ellos respondieron: “te servirá para comprender mejor el comportamiento de algunas funciones”, “es muy útil para los años posteriores”, “brinda la base para poder comprender mejor como expresar una ecuación dada con palabras”, “te ayuda a lograr

mejores razonamientos a partir del planteo de ciertas problemáticas”, “lo aprendido te sirve para aplicarlo a las materias del tronco común”.

### **A MODO DE CIERRE**

Las comillas en los párrafos anteriores recuperan textualmente las voces de los estudiantes. Consideramos que la orientación que hemos ido configurando para este espacio curricular es adecuada y así le resulta a los participantes.

Cabe también considerar que nuestro objetivo siguiente es fortalecer nuestro proceso de reflexión acerca de lo que se enseñará, y contribuir a poner en evidencia que resulta indispensable, en la actividad matemática, construir formas de representación de las estrategias de resolución que los estudiantes llevan a cabo, con el propósito de hacerlas comunicables (a sus pares y al docente). Por lo tanto, respetando las estrategias de registro que cada uno utilice, es necesario trabajar para darles una forma ordenada y lógica que pueda ser comprendida por todos.

En el boca a boca entre los estudiantes pretendemos que se de mínimamente respuesta a los consabidos “¿para qué me sirve la matemática?” o “la matemática no es para mí” o “la matemática no me gusta”.

### **BIBLIOGRAFÍA**

- BERTÉ, A.; 1998. “Matemática dinámica”. AZ Editora. Buenos Aires.
- CAMILLONI, A; 2006. Conferencia: “El desarrollo histórico de las teorías de la transferencia del aprendizaje y su influencia sobre la enseñanza y el curriculum escolar”. Facultad de Ciencias Sociales. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Olavarría.
- GASCÓN, J.; 1994. “El papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas”, en *Educación matemática, Vol 6 N° 3*. Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- GASCON, J; 2007. Seminario: “El proceso de algebrización de las matemáticas escolares”. Escuela de Invierno. Universidad Nacional de General San Martín. Buenos Aires.
- GUZMÁN, I.; 1998. “Registro de representación, el aprendizaje de las nociones relativas a funciones, voces de los estudiantes”. *Relime, Vol. 1, N° 1, pág.5-21*.
- HANFLING, M.; 2000. “Estudio didáctico de la noción de función” en *Carpeta de Estrategias de la Enseñanza de la Matemática*, Buenos Aires, UVQ.
- KIERAN, C.; FILLOY YAGUE, E.; 1989. “El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica”. *Enseñanza de las Ciencias*. 7.3 229- 240. Barcelona.
- PANIZZA, M.; SADOVSKY, P.; SESSA, C.; 1995. “Los primeros aprendizajes de las herramientas algebraicas. Cuando las letras entran en la clase de Matemática”. *Comunicación realizada a la sección REM* de la reunión anual de la Unión Matemática Argentina, Córdoba.
- SESSA, C.; 2005. “Iniciación al estudio didáctico del álgebra”. Ediciones del Zorzal. Buenos Aires.
- VERGNAUD, G, CORTES, A, FAVRE ARTIGUE, P; 1987. “Introduction de l'algebre aupres de debutants faibles. Problemes epistemologiques et didactiques”. Actes du colloque de Sevres. Didactique et acquisition des connaissances scientifiques.