

## LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. QUÉ DAR, QUÉ NO DAR, QUÉ MEJORAR

**Edgardo GÜICHAL, Cristina L. COSTES de PONCHIARDI, Elsa OSIO, Cora BERNARDI, Teresa FACELLO, Alba FERRARIS**

*Facultad de Economía y Administración - Universidad Nacional del Comahue  
Buenos Aires 1400. (8300) Neuquén. Argentina  
lponchia@uncoma.edu.ar*

**Nivel Educativo:** Nivel Medio.

**Palabras Clave:** Enseñanza, Geometría, Modelización, Nuevas Tecnologías.

### RESUMEN

En esta Comunicación Breve nos interesa informar acerca de un Proyecto de Investigación que llevamos adelante en el Departamento de Matemática de la Universidad Nacional del Comahue. El mismo tiene como objetivo investigar algunos problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría, en particular en el nivel medio.

Consideramos que la Geometría es una rama de la matemática de particular importancia ya que es posible encontrar la necesidad de aplicaciones de sus conceptos elementales en todos los aspectos de la vida cotidiana. Por otra parte, como docentes de matemática de los primeros años de las carreras que se dictan en esta Universidad hemos observado que la falta de conocimientos de algunos temas elementales de geometría, afectan en forma negativa el desarrollo de nuestros cursos.

El objetivo de esta propuesta, es entonces, llegar a detectar contenidos y metodologías utilizadas en la enseñanza de temas fundamentales de la Geometría en el nivel medio, y los obstáculos que enfrentan los alumnos en la construcción de los conocimientos. Para ello se usará una metodología cualitativa, con el diseño de encuestas y entrevistas a docentes y alumnos. Posteriormente se diseñarán secuencias didácticas para la enseñanza de algunos de esos temas, que serán implementados con la participación de docentes del nivel medio. Un análisis de los resultados observados, nos permitirá reformular nuestras propuestas, con la metodología de la Ingeniería Didáctica.

### PRESENTACION DEL TRABAJO

#### **Síntesis del trabajo**

En esta comunicación expondremos a cerca de un Proyecto de Investigación, cuyos objetivos son investigar algunos problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría, en particular en el nivel medio.

La Geometría es una rama de la matemática de particular importancia pues es posible encontrar la necesidad de aplicaciones de sus conceptos elementales en todos los aspectos de la vida diaria de las personas. Por otra parte, como docentes de asignaturas del Departamento de Matemática, de los primeros años de las carreras que se dictan en la Universidad Nacional del Comahue, hemos observado que la falta de conocimientos de algunos temas elementales

afectan en forma negativa el desarrollo de nuestros cursos. El objetivo de esta propuesta es llegar a detectar contenidos y metodologías utilizadas en la enseñanza de temas fundamentales de la Geometría en el nivel medio, y los obstáculos que enfrentan los alumnos en la construcción de los conocimientos. Para ello se usará una metodología cualitativa, con el diseño de encuestas y entrevistas a docentes y alumnos. En una etapa posterior, se diseñarán secuencias didácticas para la enseñanza de algunos de esos temas, que serán implementados con la participación de docentes del nivel medio. Un análisis a posteriori de los resultados observados, nos permitirá reformular nuestras propuestas, con la metodología de la Ingeniería Didáctica. El proyecto incluye también la posibilidad de realizar experiencias que nos permitan indagar las consecuencias de la aplicación de nuevas tecnologías en la enseñanza. Como un objetivo general del proyecto, también nos proponemos alentar a docentes y alumnos, a incorporarse a la investigación de temas fundamentales de Educación Matemática.

## ASPECTOS DESCRIPTIVOS DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

### **Estado actual del conocimiento sobre el tema, fundamentación y marco teórico**

Como docentes a cargo de asignaturas de los primeros años de las distintas carreras que se imparten en esta Universidad, vemos con preocupación las dificultades cada vez mayores que tienen los alumnos para un aprendizaje significativo, aquel que los lleve no sólo a construir y retener el conocimiento sino también a comprenderlo y usarlo activamente. Entre las dificultades observadas, se detecta una tendencia de los alumnos a asimilar el conocimiento en forma memorística. También se pueden apreciar en sus actitudes, considerables niveles de desmotivación respecto de la temática abordada. A esto se le adiciona un bajo nivel de conocimientos previos, en temas relacionados, lo cual dificulta construir sobre la base de conceptos ya internalizados. En este sentido es notable la carencia casi total de conocimientos de Geometría, tanto en lo referente a sus contenidos como en las metodologías de estudio que ella implica y que lleva a la utilización de un razonamiento y pensamiento lógico utilizable en todas las disciplinas.

Esto influye negativamente en el desarrollo normal de los programas de Matemática a la vez que resta claridad a conceptos geométricos fundamentales que son necesarios para la vida diaria.

Durante la segunda mitad del siglo XX, la geometría tuvo una pérdida progresiva de su posición formativa central en la enseñanza de la matemática. Este decaimiento ha sido tanto cualitativo como cuantitativo lo que se puede observar en encuestas nacionales e internacionales sobre el conocimiento matemático de los estudiantes en donde con frecuencia la geometría es totalmente ignorada en ellas o se la incluye muy poco.

Si bien se ha intentado implementar la geometría con renovado vigor, numerosos trabajos destacan la postergación que sufre esta rama de la matemática en las escuelas de los distintos niveles. Distintas razones llevan a esta situación, pero es indudable la necesidad de reivindicar la importancia de la Geometría como un modelo de la realidad, es decir de la aplicación de ésta en la vida cotidiana y de las habilidades que ella desarrolla por su naturaleza intuitiva-espacial y lógica.

Es necesario establecer con claridad cuales son los objetivos de su enseñanza, en que contribuyen las actividades geométricas, qué conocimientos deben hacerse aprender, cuáles definiciones son más importantes, qué secuencia de contenidos debe respetarse, cuáles son las necesidades reales de los alumnos.

La enseñanza de la geometría debe orientarse al desarrollo de habilidades específicas, lo que implica tener claro cuales son las habilidades que una buena enseñanza de la geometría en la educación básica debe desarrollar, y para alcanzarlas qué geometría enseñar; la lógica racional en la cual la geometría se define como una teoría axiomática desarrollada bajo leyes rigurosas de razonamiento deductivo o la intuitiva y experimental basada en la búsqueda,

descubrimiento y comprensión por parte de los alumnos que aprenden los conceptos en función de aspectos del mundo en que viven.

En la geometría el desarrollo de la imaginación espacial es determinante en la comprensión, asimilación y validez de los conocimientos, las nuevas tecnologías, como herramientas didácticas, permiten un entrenamiento más profundo de las estructuras geométricas a través de software específicos diseñados para estos fines. Esto no significa que dichas herramientas sustituyen a los medios tradicionales utilizados para la enseñanza de la geometría, sino que la combinación de ellos formará un conjunto cuyo fin es elevar la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Por todo lo expuesto es fundamental poner de relevancia la importancia que tiene esta rama de la matemática en la formación de los educandos.

El Trabajo de Investigación tiene los siguientes objetivos:

### **Objetivos Generales**

- Alentar la constitución de grupos interesados en temas de Educación Matemática, integrando docentes de los distintos niveles de la enseñanza.
- Promover la investigación sobre la enseñanza de la geometría, que resulta una rama de la matemática de gran importancia ya que forma parte de nuestro lenguaje cotidiano, tiene importantes aplicaciones en problemas de la vida real, se usa en todas las ramas de la matemática, es un medio para desarrollar la percepción espacial y además resulta un modelo de disciplina organizada lógicamente.
- Investigar las posibilidades y consecuencias didácticas de la implementación de nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría, ya que éstas contribuyen a representar ambientes y situaciones a partir de los cuales los educandos pueden resolver problemas y construir el conocimiento a través de actividades reflexivas.
- Organizar cursos y talleres sobre temas de geometría y su enseñanza, teniendo en cuenta la importancia de su aprendizaje en el desarrollo del pensamiento.

### **Objetivos Específicos**

- Analizar los contenidos de geometría en los planes de estudio y programas de las distintas escuelas.
- Realizar encuentros con docentes para conocer los temas de geometría que se imparten en las escuelas así como también para relevar sus opiniones sobre la importancia o el interés que ellos adjudican a esos conocimientos.
- Analizar si las acciones que ellos realizan (o no) están de acuerdo con la importancia que le han dado al tema.
- Investigar los recursos tecnológicos con que cuentan las escuelas y el uso que hacen de ellos, para analizar la posible implementación de otras estrategias pedagógicas relacionada con la enseñanza de la disciplina, por medio del uso de procesos de visualización que permitan el uso de computadoras o calculadoras gráficas.
- Investigar otras experiencias realizadas, analizando documentación y publicaciones nacionales y extranjeras.
- Profundizar en los estudios de las distintas geometrías (Euclidiana, Afín, Absoluta, No Euclidiana) y los aspectos que podrían ser incluidos en los programas de Nivel Medio.

Para el alcance de dichos objetivos desarrollaremos la siguiente **metodología** de trabajo, en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas:

- Se establecerá una fluida interacción con los docentes y autoridades de colegios y Secretarías de Educación.
- Se organizarán encuentros con docentes y alumnos de profesorado para obtener datos relevantes sobre los temas que se enseñan, las metodologías empleadas y la inserción de los contenidos en el currículo de cada Institución.
- Se realizarán encuestas y entrevistas a docentes y alumnos con el fin de identificar

obstáculos (epistemológicos, didácticos y/o cognitivos) que encuentran los estudiantes al enfrentar temas de Geometría.

- Se discutirá el diseño de secuencias didácticas sobre alguno de los temas detectados y cuya implementación pueda ser realizada con docentes del nivel medio.
- Se realizarán observaciones de esas experiencias, para poder hacer, en un análisis a posteriori, una reformulación de esas propuestas, con la metodología de la ingeniería didáctica.
- Se implementarán talleres de Geometría para alumnos del Profesorado de Matemática para discutir las posibles aplicaciones de esta rama de la matemática tanto en la vida diaria como en otras disciplinas.
- Se buscará potenciar la formación de los docentes y alumnos en temas de investigación en educación matemática, realizando seminarios y reuniones para analizar las propuestas de distintas corrientes teóricas, vinculándolas con los temas que se están investigando.
- Se discutirán y analizarán las posibles ventajas y/o peligros que pueda significar la implementación del uso de programas de computación como el *Cabri Geometre* o *Geometer's Sketchpad* en la enseñanza de temas de Geometría.
- Se divulgarán los resultados obtenidos a través de presentaciones en congresos, seminarios o mediante publicaciones.

Para desarrollar todo lo expuesto se implementarán las siguientes actividades:

1. Búsqueda de actualización bibliográfica sobre la disciplina, su didáctica y su relación con otras áreas de conocimiento.
2. Revisión bibliográfica de textos utilizados en escuelas de Nivel Medio.
3. Análisis de los contenidos de geometría en los planes de estudio y programas de las distintas escuelas de Nivel Medio y de los documentos curriculares que se hayan elaborado a nivel provincial y nacional sobre contenidos y métodos relacionados con la enseñanza de la Geometría..
4. Entrevistas a docentes de Nivel Medio para obtener datos relevantes sobre los temas que se enseñan, la metodología aplicada y las dificultades que enfrentan los alumnos en la construcción y utilización de conceptos geométricos.
5. Elaboración de encuestas en el alumnado de las carreras de Ingeniería y Profesorado de Matemática con respecto a la opinión que tienen sobre la importancia de la geometría en su formación y sus experiencias personales con relación a su estudio.
6. Análisis de la información obtenida en las actividades anteriores.
7. Elaboración de publicaciones y documentos con los datos obtenidos en las actividades anteriores para su divulgación.
8. Estudio y análisis de la existencia de otras geometrías (Euclidiana, Afín, Absoluta, No Euclidiana) su origen, importancia y utilización como modelos de teorías físicas y en otras disciplinas.
9. Realización de talleres con docentes de Nivel Medio y alumnos del Profesorado de Matemática relacionando los conocimientos obtenidos en la actividad 8., destacando la importancia de la enseñanza de la geometría tanto por su aplicación en la vida diaria cómo en otras ciencias.
10. Implementación de talleres para docentes de Nivel Medio y alumnos del Profesorado de Matemática para un mejor aprovechamiento sobre el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de la Geometría.
11. Elaboración de publicaciones y documentos con lo desarrollado en los talleres mencionados en las actividades anteriores.
12. Diseño de una página WEB que permita difusión y consultas de los temas tratados en este proyecto.

Con este Trabajo de Investigación nos proponemos lograr el siguiente **Impacto y Transferencia de metodologías al Nivel Medio y a las Carreras de Profesorado de Matemática:**

- Modificación y actualización de la metodología empleada para la enseñanza de la geometría teniendo en cuenta los resultados obtenidos de la investigación.
- Disminución de las dificultades de los ingresantes a la Universidad, al haber desarrollado un pensamiento lógico más riguroso.
- Contribución a la formación de recursos humanos mediante cursos, seminarios, pasantías y reuniones de trabajo.
- Contribución a la implementación de nuevas tecnologías aplicadas a la geometría.
- Formación docente.

## BIBLIOGRAFIA

- BASTÁN, Marta; ROSSO, Ana. (2006). *Las tecnologías informáticas en la formación de profesores de matemática*. Revista Iberoamericana de Educación N° 37/4. <http://www.rieoei.org/experiencias109.htm>
- BROSSEAU, Guy. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Editorial "Libros del zorzal", Buenos Aires.
- COXETER, H.S.M. (1984). *Fundamentos de Geometría*. Limusa Wiley.
- CHEVALLARD, Yves. (1999). *El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico*. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19 N° 2, pp 221-266.
- D'AMORE, Bruno. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática*. Editorial Reverté, México.
- D'AMORE, Bruno, GODINO, Juan. (2007). *El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica de la didáctica*. Revista Latinoamericana de Investigaciones en matemática educativa. Vol 10 N° 2.
- DE GUZMÁN, M.; COLERA, J.; SALVADOR, A. (1994). *Matemáticas*. Editorial Anaya, Madrid.
- DE VILLIERS, Michael. (2002). *Developing understanding for different roles of proof in dynamic geometry*. ProfMat 2002. Portugal.
- DE VILLIERS, Michael. (1999). *Procesos vs productos en la enseñanza de la geometría*. La lettre de la preuve.
- DE VILLIERS, Michael. (1998). *To teach definitions geometry or to teach to define*. Proceedings of the Twenty-second international Conference for the Psychology of Mathematics Education. Vol 2 pp248-255.
- DE VILLIERS, Michael. (1996). *The future of secondary school geometry*. SOSI Geometry Imperfected Geometry. Pretoria.
- DE VILLIERS, Michael. (1999). *Algunos desarrollos en geometría contemporánea*. La lettre de la preuve.
- DE VILLIERS, Michael. (1999). *Software de geometría dinámica*. La lettre de la preuve.
- DE VILLIERS, Michael. (2003). *The value of experimentation in mathematics*. Proceedings of the 9<sup>th</sup>. National Congress of AMESA. Ciudad del Cabo, Julio 2003. 174-185.
- DE VILLIERS, Michael. (2004). *The role and function of quasi-empirical methods in mathematics*. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education. pp 397-418.
- DONOLO, D. (1996). *Una dimensión distinta de la clase y del aula, los aportes de nuevas tecnologías*. Universidad Nacional de Río Cuarto, Córdoba.
- GASCÓN, Joseph. (2001). *Algunos problemas de investigación relacionados con la práctica docente del profesor de matemáticas*. XVI Jornadas del SI-IDM, Huesca, España.
- GRAU, J. E. (1998). *Diseño y producción de material didáctico*. Fundec.
- GRAU, J. E. (1998). *Tecnología y educación*. Fundec.

- GUASCO, María J.; CRESPO CRESPO, C. *Geometría. Su enseñanza*. Editorial Prociencia. Conicet.
- JONES, Keith. (2002). *Issues in the teaching and learning of geometry*. In Chapter 8 of Linda Haggarty (Ed) *Aspects of Teaching Secondary Mathematics*. pp. 121-139.
- LABORDE, C. (1998). *Visual phenomena in the teaching/learning of geometry in a computer-based environment*. Perspectives on the teaching of Geometry for the 21<sup>st</sup>. Century. An ICMI Study. C. Marmanna; V Villani (Editors) Kluwer Academic Publishers.
- LARIOS OSORIO, Víctor. (2002) *Demostraciones y conjeturas en la escuela media*. Revista Electrónica de Didáctica de las Matemáticas. Año 2, N° 3 Enero 2002. <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/>
- LITWIN, Edith (comp.) (1995). *Tecnología educativa. política, historias, propuestas*. Ed. Paidós. Argentina.
- MOREIRA, Marco Antonio. (2002). *Investigación en educación en ciencias. métodos cualitativos*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- MOREIRA, Marco Antonio. (2002). *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud*. Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias 7 (1).
- MOREIRA, Marco Antonio. (2003). *Lenguaje y aprendizaje significativo*. IV Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo. Belo Horizonte, Brasil.
- MOREIRA, Marco Antonio. (2005). *Aprendizaje significativo crítico*. Indivisa, Bol. Estud. Invest. N° 6 pp 83-101. Madrid.
- PERKINS, D. (1995). *La escuela inteligente*. Editorial Gedisa, Barcelona.
- SANTALÓ, Luis. (1963). *Geometrías no euclidianas*. EUDEBA.
- SANTALÓ, Luis. (1993). *La geometría en la formación de profesores*, Red Olímpica.
- SCHOENFELD, Alan. (2002). *Research Methods in (Mathematics) Education*. Handbook of International Research in Mathematics Education. Lyn D. English (Editor) Lawrence Erlbaum Associates. pp. 435-487.
- RUTHVEN, Kenneth, HENNESEY, Sara, DEANEY, Rosemary. (2005). *Incorporating dynamic geometry into secondary mathematics*. Proceedings of the sixth British Congress of Mathematics Education. pp 152-159.