C27

OBSTÁCULOS Y DIFICULTADES QUE OCASIONAN ALGUNOS MODELOS Y MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

Raquel ABRATE[1], Vicenç FONT[2], Marcel POCHULU[1]

[1]*Universidad Nacional de Villa María -* [2]*Universidad de Barcelona*
Arturo Jauretche 1550 – Villa María –Córdoba - Argentina
mpochulu@arnet.com.ar

Nivel Educativo: Educación Polimodal / Nivel Medio.

Palabras Clave: Métodos de resolución de ecuaciones, Metáforas en el discurso, Resolución de Ecuaciones, Dificultades en Matemática.

RESUMEN

La investigación es de naturaleza diagnóstico-descriptiva y cualitativa, y fue desarrollada como un estudio de caso, bajo el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. El trabajo examina algunos de los modelos y métodos de resolución de ecuaciones que emplean los alumnos y textos escolares de Matemática, analizando las implicancias didácticas que tienen los mismos, en cuanto a obstáculos y dificultades que producen en el aprendizaje de los alumnos. Para tal fin, se trabajó con las producciones escritas de 429 estudiantes aspirantes a ingresar en la Universidad Nacional de Villa María (Argentina), durante el año 2007, mientras cursaban el Módulo de Matemática y con 60 libros de Matemática que abordan la resolución de ecuaciones como tema de estudio.

INTRODUCCIÓN

A pesar de la importancia que tienen las ecuaciones en el currículo, por diversas razones los alumnos no suelen contar con muchos recursos para resolverlas. La experiencia nos muestra que cuando los alumnos "creen" conocer todas las técnicas básicas, terminan utilizándolas indiscriminadamente sin analizar que por otros métodos el problema hubiese resultado más fácil y menos laborioso en su resolución. En este sentido, diversos estudios (Kieran, 1992; Rivero, 2000; Pochulu, 2005a, 2005b; Abrate, Pochulu y Vargas, 2006; Abrate, Font y Pochulu, 2007a, 2007b, entre otros) muestran que los estudiantes no están logrando una formación matemática adecuada en Álgebra.
En Abrate, Pochulu y Vargas (2006), que trabajaron con alumnos ingresantes a la Universidad, se hace notar el hecho de que la resolución de ecuaciones desencadena una gran cantidad de errores en las producciones escritas. Las dificultades que estos autores encuentran se insertan dentro de los problemas generales de enseñanza y aprendizaje del Álgebra, en la escuela secundaria, y también han sido reportados por Filloy y Rojano (1985a, 1985b, 1989), Filloy (1987), Kieran (1981), Hercovics, (1980a, 1980b), Hercovics y Lincherski (1994), Pochulu (2005a, 2005b), entre otros.
Asimismo, en Abrate, Font y Pochulu (2007a, 2007b) se argumenta que el uso de algunos modelos de resolución de ecuaciones no resulta inocuo para el aprendizaje de los estudiantes, en tanto conlleva a dificultades que no logran superar y conducen a la aparición de errores.

Se torna evidente, entonces, que la falta de un modelo didáctico que sirva de referente adecuado para la resolución de ecuaciones, obstaculiza el proceso de desarrollo de las competencias y habilidades a lograr en esta área.
Esta situación viene a complementarse, por otro lado, con el hecho de que los profesores de Matemática no siempre son concientes de los obstáculos y dificultades que generan los modelos y métodos utilizados en contextos de resolución de ecuaciones.
En consecuencia, los interrogantes que guian la investigación que llevamos a cabo son:
a) ¿Cuáles son los modelos y métodos de resolución de ecuaciones que utilizan los alumnos?
b) ¿Qué obstáculos y dificultades producen estos modelos y métodos de resolución de ecuaciones sobre los alumnos?
c) ¿Qué modelos y métodos de resolución de ecuaciones utilizan os libros de Matemática cuando abordan estos temas?

MARCO TEÓRICO

En este trabajo asumimos que el lenguaje que empleamos es fundamentalmente metafórico, y de acuerdo con Lakoff y Núñez (2000), una metáfora se la puede interpretar como la comprensión de un dominio en términos de otro. En este sentido, las metáforas se caracterizan por crear una relación conceptual entre un dominio de partida y un dominio de llegada que permite proyectar propiedades e inferencias del dominio de partida en el de llegada. En otras palabras, crean un cierto "isomorfismo" que permite que se trasladen una serie de características y estructuras. Ahora bien, las metáforas sólo dejan ver un aspecto del dominio de llegada que no engloba su totalidad, pues nos sirve para mostrar el aspecto que deseamos evidenciar y ocultar otros aspectos, de los cuales muchas veces ni siquiera somos conscientes. Otra de las funciones que cumple la metáfora es la de conectar diferentes sentidos y, por tanto, ampliar el significado que tiene para una persona un determinado objeto matemático.
La metáfora ha constituido un motivo de reflexión teórica a lo largo de la historia, por lo que hoy en día disponemos de algunas ideas importantes sobre ella. De manera sucinta, estas ideas heredadas son:

- La metáfora es la aplicación a una cosa de un nombre que es propio de otra.
- La elaboración y comprensión de metáforas conlleva la captación de similaridades ocultas.
- La función y el origen de la metáfora es proporcionar placer estético al entendimiento.
- La metáfora es una clase de abuso verbal que ha de suprimirse del discurso propio del conocimiento.
- La metáfora constituye un elemento medular del lenguaje y su auténtica esencia.

Además, estas ideas heredadas se pueden agrupar en dos puntos de vista radicalmente diferentes:

- La metáfora es un accidente lingüístico marginal, con funciones comunicativas especializadas y ajenas al ámbito del conocimiento (un fenómeno a evitar).
- La metáfora encarna la auténtica naturaleza del lenguaje y del pensamiento (es el fenómeno central).

De acuerdo con el segundo punto de vista, los enfoques cognitivos y, en particular, el propuesto por la teoría contemporánea de la metáfora (Johnson (1991); Lakoff y Johnson (1991); Lakoff y Núñez (2000); Núñez, Edwards, y Matos (1999), entre otros) son los que, en nuestra opinión, tienen el protagonismo en las reflexiones actuales sobre la metáfora. Por tanto, el primer marco teórico utilizado en esta investigación es la teoría sobre "qué son las matemáticas", propuesta por Lakoff y Núñez (2000). El núcleo central de la teoría está basado en la importancia que tiene el cuerpo sobre la mente, y en los relativamente recientes hallazgos en lingüística cognitiva.
Como segundo referente teórico, y con la finalidad de afrontar la complejidad que la investigación sobre las metáforas requiere, se ha tenido en cuenta el Enfoque Ontológico y Semiótico (EOS) del conocimiento e instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007)

En el EOS se considera que la dialéctica personal-institucional está en la base de la emergencia de los objetos matemáticos, en el sentido de que el objeto institucional llama a la puerta del conocimiento personal para conseguir la emergencia del objeto personal. La manera de conseguir esta emergencia pasa por cuatro instrumentos de conocimiento[1], en los cuales juega un papel determinante el uso de “entidades vicariales o subrogatorias” ya que, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se intenta justificar el lenguaje matemático abstracto mediante otro lenguaje menos abstracto, y para ello se utilizan subsidiariamente analogías, representaciones, diagramas, contextualizaciones, modelizaciones, metáforas, entre otras.

METODOLOGÍA

La investigación es de naturaleza diagnóstico-descriptiva y hermenéutica, y se realizó en dos fases claramente diferenciadas. Para la primera fase, y con la intención de dar respuestas a las dos primeras preguntas directrices del trabajo, diseñamos una secuencia de actividades para ser resueltas por los estudiantes, con la intención de:

- Analizar el discurso escrito que emplean los alumnos en contextos de resolución de ecuaciones, y
- Poner en evidencia potenciales dificultades y obstáculos debidos al uso de metáforas en la resolución de ecuaciones.

Trabajamos con las producciones escritas de 429 estudiantes aspirantes a ingresar en la Universidad Nacional de Villa María (Argentina), durante el año 2007, mientras cursaban el Módulo de Matemática.

Para la segunda fase y con la intención de responder la tercera pregunta directriz del trabajo, analizamos 60 libros de Matemática que abordan la resolución de ecuaciones como tema de estudio. Estos libros pertenecen a las bibliotecas de los dos centros educativos encargados de la formación de profesores en la ciudad, y buscamos en ellos la presencia de los modelos y métodos que eran más utilizadas por los alumnos y que habían sido detectados en la primera fase de nuestro estudio. Básicamente hicimos la distinción entre dos formas de resolver una ecuación:

- Por propiedades o metáfora objetual (un objeto matemático se lo dota de propiedades particulares) o,
- Por transposición de términos o metáfora operacional (un objeto matemático se lo considera un dispositivo donde sus elementos se pueden “pasar”, “cruzar”, “quitar”, “colocar”, ser “llevados”, “transferidos”, “transformados” o “trasladados” de un lugar a otro bajo ciertas reglas).

RESULTADOS

Para la primera fase de la investigación, la cual tuvo como uno de sus objetivos analizar el discurso escrito que empleaban los alumnos en contextos de resolución de ecuaciones, analizamos las respuestas dadas a dos ejercicios de la secuencia de actividades que se diseñaron para el trabajo. Así, el ejercicio Nº 2 proponía a los alumnos la resolución de las ecuaciones: $3 \cdot x - 1 = 5$ y $\sqrt{x-2} = 3$, donde no sólo se debía buscar su conjunto solución, sino también, explicar los procedimientos que se llevaban a cabo.

El ejercicio Nº 3, en tanto, exponía la resolución de una ecuación, tal como aparece en la mayoría de los libros de textos de matemáticas, y se le solicitaba a los estudiantes que dieran

[1] La dualidad extensivo-intensivo (particular-general), la representación, la metáfora y la contextualización-descontextualización.

las explicaciones de los procedimientos que se pudieron haber empleado para hallar el conjunto solución.
Analizando la información emergente de la resolución de estas actividades, hallamos que 372 alumnos (79,7%) emplean, de manera explícita, la transposición de términos para explicar la resolución de ecuaciones. Además, la cantidad de alumnos se incrementa si incluimos a aquellos que de manera implícita usan este tipo de método. En este último caso, aludimos a quienes no dan explicaciones de la resolución que llevan a cabo y tampoco se evidencia el uso de propiedades, o aquellos que brindan explicaciones muy vagas que no resulta posible encuadrarlos en alguna categoría particular.
No obstante ello, si se tienen en cuenta los alumnos que emplearon transposición de términos o metáfora operacional en su discurso escrito para ambos ejercicios, ya sea de manera explícita o inducen a ellas, el total asciende a 402, esto es, el 93,7% del total (Gráfico 1).

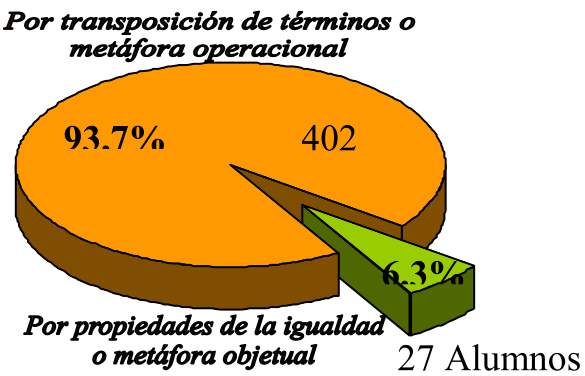

Gráfico 1: Métodos de resolución de ecuaciones que emplean los alumnos

El empleo de la transposición de términos, o una metáfora operacional, lleva a que los alumnos consideren a una ecuación como un dispositivo, donde los términos y números se pueden "pasar", "cruzar", "quitar", "colocar", ser "llevados", "transferidos", "transformados" o "trasladados" de un miembro a otro. Tal como expresan Lakoff y Núñez (2000), aquí las metáforas pueden ser interpretadas como la comprensión de un dominio en términos de otro, y vienen a conformar *grounding metaphors*, en tanto relacionan un dominio (de llegada) dentro de las matemáticas con un dominio (de partida) fuera de ellas.
Fragmentos de los discursos escritos por los alumnos, extractados de las respuestas que brindaron a los ejercicios 2 y 3, y que ejemplifican lo anteriormente expresado, son:

- *Debes despejar la incógnita (x) llevando los demás números al otro término cambiándole su signo;*
- *Así la suma se transforma en resta;*
- *Primero cambio de lugar el – 1 para el otro lado con +1;*
- *Pasamos la raíz cuadrada que se transforma en exponente del resultado;*
- *Pasamos al otro miembro con la operación contraria a la radicación que es la potenciación;*
- *Pasamos al otro término con la operación opuesta a la que realizan;*
- *Cuando trasladamos de un término a otro invertimos el signo;*
- *Se pasa al otro miembro el término que esté menos relacionado con la incógnita haciendo la operación inversa;*
- *Colocamos x del otro lado de la igualación;*
- *Hay que transferir términos de un miembro a otro, invirtiendo la operación;*

Es de destacar que los alumnos utilizan las expresiones "términos" y "miembros" de una ecuación como equivalentes, y que aparecieron gran cantidad de errores en la resolución de las ecuaciones, donde aplican equivocadamente estas reglas de transposición de términos que sustentan en su discurso.

Como segundo objetivo de la primera fase de investigación, nos propusimos poner en evidencia potenciales dificultades y obstáculos debidos al uso de la transposición de términos en la resolución de ecuaciones. Con este propósito, solicitamos en el ejercicio 4 que se determinara el número de ecuaciones presentes en la resolución del ejercicio anterior (el número 3). Sosteníamos, como hipótesis muy fuerte, que el uso de la transposición de términos o metáforas operacionales, para resolver ecuaciones, podría llegar a impedir que se distinguieran las ecuaciones equivalentes.

Pudimos constatar que sólo 25 alumnos (5,8%) distinguieron las 4 ecuaciones presentes en el ejercicio y el resto lo hace desacertadamente (94,2%). Quienes sólo distinguen una ecuación, argumentan en términos de:

- *Porque hay una sola incógnita;,*
- *Porque hay una sola igualdad con una incógnita;*
- *Porque el resultado que tengo que determinar es de una sola x;*
- *Porque siempre se resuelve la misma.*

Un importante número de alumnos (32,8%) argumenta distinguir sólo 3 ecuaciones, en tanto la última ($x = 3$) la consideran sólo un “resultado” y no una ecuación. Algunos argumentos que esgrimieron para esta decisión fueron:

- *Porque en los tres primeros pasos la incógnita no está sola, lo que hace que sigan manteniéndose las ecuaciones;*
- *Porque todavía no se sabe cuánto vale x;*
- *Porque en cada una de ellas, la x no tiene valor;*
- *Porque en la última la incógnita ya está encontrada o resuelta;*
- *Porque en los primeros tres pasos hay una incógnita;*
- *Porque tres pasos tienen para resolver;*
- *Porque en los tres primeros pasos siempre hay que encontrar el valor de una incógnita;*
- *Porque en tres veces aparece la incógnita creando una nueva ecuación;*
- *Porque en las tres primeras hay una incógnita. Siempre que hay una incógnita (x) es una ecuación;*
- *Porque se fue haciendo por pasos y la ecuación es más chica hasta llegar al resultado.*

El ejercicio 5 de la guía de actividades, en tanto, involucraba la resolución de dos ecuaciones de segundo grado equivalentes en su conjunto solución, donde la primera de ellas se presentaba con coeficientes enteros $\left(x^2 - 5x + 6 = 0\right)$, mientras que la segunda con coeficientes racionales no enteros $\left(\frac{1}{10}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{5} = 0\right)$. Nuestras hipótesis al respecto establecían que los alumnos que sólo utilizan la transposición de términos en contextos de resolución de ecuaciones no advertirían la equivalencia y que, por otro lado, el trabajo con números racionales los llevaría a cometer errores, o a desistir de realizar el ejercicio. Cabe hacer notar que los alumnos no contaban con calculadoras para la resolución de las ecuaciones propuestas.

Tal como lo esperábamos, el 82,5 % (354 alumnos) presentaron dificultades para hallar el conjunto solución de una ecuación de segundo grado con coeficientes racionales no enteros, y ninguno de los estudiantes trabajó con ecuaciones equivalentes[1].

Por último, el ejercicio 9 planteaba hallar el conjunto solución de una ecuación racional $\left(3 - \frac{1}{x} = \frac{5}{x}\right)$ la que fácilmente podía ser resuelta si se buscaba una ecuación entera equivalente a ella. Esto se lograba si se multiplicaba a ambos miembros de la igualdad por la variable que

[1] Multiplicando por 10 a ambos miembros de la igualdad se podía determinar que la ecuación planteada en el inciso “b” era equivalente en su conjunto solución a la del inciso “a”.

intervenía[1], lo que conllevaba a la ecuación que proponía el ejercicio 3, inciso "a" ($3x - 1 = 5$). Sólo 91 alumnos resuelven correctamente la ecuación (21,2%) y 2 de ellos se valen de propiedades (metáfora objetual) para hallar una ecuación equivalente más sencilla de resolver (multiplicaron ambos miembros por la variable). El resto, 338 alumnos (78,8%) no logran tener éxito en la búsqueda del conjunto solución y emplean con errores la transposición de términos. Asimismo, es de destacar que ningún alumno realizó un análisis retrospectivo de la solución, aún entre quienes lo resolvieron correctamente, que permitiera determinar si el conjunto solución era el apropiado.
Si analizamos estos tres últimos ejercicios, en forma conjunta, podemos percibir que a la mayoría de los estudiantes (aproximadamente un 80%) se les presentaron obstáculos insoslayables en la resolución de ecuaciones, los cuales podían haber sido fácilmente salvables si se hubiesen utilizado propiedades de la igualdad (metáfora objetual).
Culminada la primera fase de la investigación, iniciamos la segunda fase, la cual involucró el análisis de 60 textos de Matemática que discriminamos por nivel educativo (secundario o universitario). Hallamos que sólo un 15,5% de los libros de texto de matemáticas, para el nivel secundario, enfoca la resolución de ecuaciones mediante propiedades (metáfora objetual), mientras que los restantes (84,5%) se valen de la transposición de términos, metáforas operacionales o inducen a su uso.
De todos modos, podemos hacer una distinción entre el tipo de metáforas operacionales que estos textos utilizan, pues consideramos que no influyen del mismo modo, en la cognición individual de los alumnos, las metáforas operacionales asociadas a la transposición de términos (*El número que está sumando en un miembro de una igualdad pasa restando al otro, el que está multiplicando pasa dividiendo, etc.*) o aquellas que intentan mostrar una analogía entre las ecuaciones y un subibaja o balanza. En este último caso, pensamos que si bien la metáfora *"una ecuación es como un subibaja o balanza"* no lleva a pensar que se están empleando propiedades o reglas propias del tema en cuestión, conlleva a una mejor captación de similaridades ocultas entre dominios que se encuentran fuera y dentro de las matemáticas.
Si ahora analizamos ahora los textos de matemáticas del nivel superior universitario, hallamos que un 60% de ellos enfocan la resolución de ecuaciones aplicando exclusivamente propiedades (metáfora objetual) y sólo uno de los libros emplea reglas de transposición de términos (metáfora operacional) luego de haber presentado las propiedades de la igualdad.
Por último, podemos destacar que existe una estrecha relación entre las metáforas que emplean los alumnos y las que presentan, o inducen, los libros de textos de matemáticas para estos temas.

CONCLUSIONES

En este trabajo hemos puesto de manifiesto que los estudiantes utilizan principalmente transposición de términos como método de resolución de ecuaciones. Este modelo, apoyado en metáforas operacionales, que seleccionan, acentúan, suprimen y reorganizan ciertos rasgos característicos de la resolución de ecuaciones, dejan abiertas las puertas para que una ecuación pueda ser considerada como un dispositivo donde los términos y números se pueden "pasar", de un miembro a otro, bajo ciertas condiciones y reglas específicas. A su vez, hallamos que este modelo es el más utilizado por los textos escolares de Matemática para el nivel secundario, no ocurriendo de este modo con los del nivel superior universitario.
Por otra parte, notamos que la forma de proceder de los alumnos frente a la resolución de ecuaciones, y de muchos textos escolares del nivel secundario, no se condice con el modo en que es presentado el tema en los libros de Matemática del nivel universitario. En estos

[1] Debe tener presente el lector que multiplicar a ambos miembros de una ecuación por una expresión que involucre la variable puede conducir a ecuaciones no equivalentes, aunque en este caso, sí resultaban serlo.

últimos, pareciera existir un mayor grado de conciencia de las implicancias educativas que tiene el uso de ciertos métodos, como la transposición de términos, y posiblemente por tal razón, abordan el tema predominantemente por medio de las propiedades de la igualdad (metáfora objetual).

Finalmente, también nos fue posible verificar que el uso de transposición de términos en la resolución de ecuaciones no es inocuo para el aprendizaje de los estudiantes, en tanto conlleva a dificultades que no todos logran superar. Con esto no estamos diciendo que no deben emplearse este modelo en contextos de resolución de ecuaciones, sino más bien, debemos ser concientes de sus efectos a fin de seleccionar aquellas que sirvan para estructurar más adecuadamente el objeto matemático que se quiere enseñar.

REFERENCIAS

Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.

Abrate, R.; Font, V. y Pochulu, M. (2007a). *Metáforas utilizadas en contextos de resolución de ecuaciones*. En: Memorias de la XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (15 al 18 de julio de 2007). CIEM. Santiago de Querétaro, México.

Abrate, R.; Font, V. y Pochulu, M. (2007b). *Implicancias educativas del uso de metáforas en contextos de resolución de ecuaciones*. En: Memorias de la XXX Reunión de Educación Matemática. (17 al 22 de septiembre de 2007). UMA y FAMAF. Córdoba, Argentina.

Filloy. E (1987). Modeling and teaching of Algebra. En J.C. Bergeron, N, Hercovics y C. Kieran (editores). *Proceedings of PME-XI*. Montreal: Canada. Vol.1,295-300.

Filloy E. y Rojano T. (1985a). Obstructions to the acquisition of elemental algebraic concepts and teaching strategies. En L. Streefland (Editor). *Proceedings of PME-IX*, OW & OC. Holanda: State University of Utrech, pp. 154-158.

Filloy E. y Rojano T.(1985b). Operating the unknown and models of teaching. En S. Damarin y M. Shelton (Editores). *Proceedings of PME-NA VII*. Ohio: Columbus, pp. 75-79.

Filloy E. y Rojano T. (1989). Solvong equations: the transition from arithmetic to algebra. *For the learning of Mathematics*. 9(2), pp. 19-25.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol 22(2/3), pp. 237-284.

Godino, J. (2003). *Teoría de las Funciones Semióticas: Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Universidad de Granada. Distribución en Internet: http://www.ugr.es/local/jgodino/.

Godino, J. D.; Batanero, C. y Font, V. (en revisión). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education. *International Reviews on Mathematical Education* (ZDM).

Godino, J. D.; Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico- semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 26, 1, pp. 39-88.

Hercovics, N. (1980a). Constructing meaning for linear equations: a problem of representation. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*. Grenoble, France, Vol 1, Nº. 3, pp. 351-385.

Hercovics, N. y Kieran, C. (1980b), Constructing meaning for the concept of equation. *The Mathematics Teacher*. 73(8), pp. 572-580.

Hercovics, N. y Linchevski, L. (1994), A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*. 27, pp. 59-78.

Kieran, C. (1981) Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics*. 12, 317-326.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In: Grouws, D.A. *Handbook*

of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan.
Johnson, M (1991*). El cuerpo en la mente*. Madrid: Debate.
Lakoff, G y Johnson, M (1991). *Metáforas de la vida cotidiana*. Madrid: Cátedra.
Lakoff, G y Núñez, R (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. New York: Basic Books.
Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studies the teaching and learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*. 46, pp. 1-3, 87-113.
Núñez, R; Edwards, L y Matos, J F (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 39, pp. 45-65.
Palma, H. (2004). *Metáforas en la evolución de las ciencias*. Buenos Aires: Jorge Baudino.
Pochulu, M. (2005a). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la Matemática en alumnos que ingresan a la Universidad. En: *Revista Iberoamericana de Educación*. Vol. 35.
Pochulu, M. (2005b). Continuidades y discontinuidades en la enseñanza de la matemática de tres generaciones. Estudio de caso: sexto año de estudio en una escuela primaria. En: *Revista Iberoamericana de Educación*. Vol. 36/1.
Rivero, F. (2000). Resolviendo las ecuaciones lineales con el uso de modelos. *Notas de Matemática*. Vol. 1, Nº. 201.