P02

REPRESENTACIONES EN MATEMÁTICA: APROXIMACIONES SEGÚN DISTINTAS TEORÍAS DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Patricia SASTRE VÁZQUEZ, Carolina BOUBÉE

Facultad de Agronomía - Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires - (UNCPBA) - Nact CRESCA
Av. República de Italia 780 – Azul - Buenos aires - Argentina
psastre@faa.unicen.edu.ar *cboubee@faa.unicen.edu.ar*

Palabras Clave: Representaciones, Matemática, Teoría de Campos Conceptuales, Teoría Antropológica de lo Didáctico.

RESUMEN
El presente trabajo forma parte del Proyecto de Investigación *Análisis del Lenguaje Matemático y su influencia en los procesos de Validación en estudiantes universitarios de Ingeniería*, que se realiza de manera conjunta entre la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA, Azul), y la Facultad de Ingeniería de la Universidad Católica Argentina (UCA, Rosario).
El objetivo es analizar, a través de revisiones bibliográficas, de qué manera las principales corrientes de la Didáctica de la Matemática abordan y teorizan sobre las representaciones semióticas en Matemática. Se focalizará este análisis en dos de las más importantes y actuales teorías: la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990) y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1992).

INTRODUCCIÓN
Es bien sabido que la Matemática utiliza distintos tipos de lenguajes para representar los objetos abstractos que le son propios. Duval (1993:1) reconoce que *"existe una palabra a la vez importante y marginal en Matemáticas, [que] es la palabra `representar'. Una escritura, una notación, un símbolo, representan un objeto matemático: un número, una función, un vector…"*.
Podemos decir que lo que se denomina "lenguaje matemático" está compuesto tanto por lenguaje natural como por un sistema simbólico, que se puede descomponer en escrituras simbólicas y representaciones compuestas (que incluyen escrituras simbólicas, dibujos, lenguaje natural, relacionados entre sí). Para discutir al respecto, debemos clarificar ciertos términos e intentar precisar los significados que se les atribuyen.
La semiótica estudia los procesos de significación y de comunicación de los sistemas de signos, más que los signos propiamente dichos. Esto queda claro en la semiótica tal como la desarrolló Charles Sanders Peirce (1839-1914), quien dio un sinnúmero de definiciones de 'signo' a lo largo de su extensa obra. Su definición más breve y compacta de signo data de 1873: *"Un signo es un objeto que está en el lugar de otro para alguna mente"* (Hoopes, 1991:141, citado en Puig, 2003:175).
Ya, en 1974, Frege distingue el referente de una expresión, o sea el objeto que designa, de su sentido, es decir, la manera en que la expresión designa ese objeto, las informaciones que da sobre él para permitir identificarlo.

Para Raymond Duval la habilidad para cambiar de registro de cualquier representación semiótica ocupa un lugar central en el aprendizaje de la Matemática. Entiende por representaciones semióticas a las *"producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significado y de funcionamiento"* (Duval, 1993:1). Estas representaciones no son sólo útiles para fines de comunicación, sino que también son esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento. Los objetos matemáticos no deben ser confundidos con su representación, pero sólo a través de estas representaciones es aprehensible un objeto matemático. Para este autor, el aprendizaje de la Matemática consiste en la producción de representaciones mentales como internalización de representaciones semióticas, evidenciando así el papel fundamental de las representaciones en la Matemática. La aprehensión conceptual de un objeto depende del acceso a la diversidad de sistemas semióticos para describirlo, y a la articulación entre los mismos. Duval enfatiza que la potencia de los signos no reside solamente en su capacidad de evocar otra cosa, sino en el poder ser sustituidos unos por otros, respetando ciertas reglas.

Las representaciones desempeñan un papel destacado para los procesos de construcción de conceptos y, por ello, son importantes en la enseñanza, aprendizaje y comunicación del conocimiento matemático. De ahí el interés que tienen para la investigación en Educación Matemática (Hitt, 1997).

La noción de representación es compleja y se ha utilizado en la investigación en Didáctica de la Matemática de manera productiva. De todos modos, resulta un concepto conflictivo. Analizaremos a continuación de qué manera se conceptualiza sobre las representaciones en dos teorías actuales e importantes dentro de la Didáctica de la Matemática: La Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990), y la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1992).

REPRESENTACIONES EN LA TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES

La Teoría de los Campos Conceptuales, en adelante TCC, (Vergnaud, 1990; 1994; 1996; 2005; 2007a; 2007b) es una teoría cognitiva neo piagetiana que pretende ofrecer un referencial más fructífero que el piagetiano para el estudio del desarrollo cognitivo y del aprendizaje de competencias complejas, particularmente aquellas implicadas en las ciencias y en las técnicas, teniendo en cuenta los propios contenidos del conocimiento y el análisis conceptual de su dominio (Moreira, 2002).

Vergnaud define concepto como un triplete de tres conjuntos, C = (S, I, R), donde:

> S: es un conjunto de situaciones que dan sentido al concepto (*el referente*);
>
> I: es un conjunto de invariantes (objetos, propiedades y relaciones) sobre las cuales reposa la operacionalidad del concepto, o un conjunto de invariantes que pueden ser reconocidos y usados por los sujetos para analizar y dominar las situaciones del primer conjunto (*el significado*);
>
> R: es un conjunto de representaciones simbólicas (lenguaje natural, gráficos y diagramas, sentencias formales, etc.) que pueden ser usadas para indicar y representar esos invariantes y, consecuentemente, representar las situaciones y los procedimientos para lidiar con ellas (*el significante*).

Eso implica que para estudiar el desarrollo y el uso de un concepto, a lo largo del aprendizaje o de su utilización, es necesario considerar esos tres conjuntos simultáneamente. No hay, en general, correspondencia biunívoca entre significantes y significados, ni entre invariantes y situaciones; no se puede, por lo tanto, reducir el significado ni a los significantes ni a las situaciones (Vergnaud, 1990). Además, un único concepto no se refiere a un solo tipo de situación y una única situación no puede ser analizada con un solo concepto.

No se deben confundir los significantes con los significados. Esto es así, porque las palabras utilizadas recobran diversos significados según la situación en la que se esté. Además, el sentido asignado por el sujeto se corresponde parcialmente al significado convencional de palabras y enunciados. Esto se debe a que no hay un homomorfismo directo, sino parcial, entre lo real y el lenguaje, incluido el científico.

Por lo descripto, es necesario hablar de campos conceptuales. Pero si los conceptos se tornan significativos a través de situaciones resulta, naturalmente, que las situaciones y no los conceptos constituyen la principal entrada en un campo conceptual. Un campo conceptual es, en primer lugar, un conjunto de situaciones (Vergnaud, 1988), cuyo dominio requiere el dominio de varios conceptos de distinta naturaleza.

Centrándonos en el concepto de *representación* en el marco de la TCC, podemos decir que inicialmente Vergnaud utilizaba este término como si fuese un sistema simbólico que significaría algo para el sujeto. Para él, conceptos y símbolos eran dos caras de la misma moneda. En el triplete C (S, I, R) que define un concepto, Vergnaud decía que S (el conjunto de situaciones que dan sentido al concepto) es la realidad y que (I, R) la representación de esa realidad que puede ser considerada como dos aspectos interactuantes del pensamiento: el significado (I) y el significante (R).

Sin embargo, en un trabajo posterior, Vergnaud habla sobre teorías y representaciones y dice que, para ser útil, *"una teoría debe contener la idea de que las representaciones ofrezcan posibilidades de inferencia, (...), que ellas nos tornen capaces de anticipar eventos futuros y generar conductas para llegar a algún efecto positivo o evitar algún efecto negativo"* (1998:173). Considera que las representaciones pueden ser correctas, erradas, vagas o precisas, explícitas o totalmente implícitas; en cualquier caso, ellas funcionan como sustitutos computables de la realidad y, por lo tanto, están hechas de teoremas-en-acción, es decir, proposiciones tenidas como verdaderas.

Para este autor, entonces, la construcción del conocimiento consiste en la progresiva construcción de representaciones mentales que son homomórficas a la realidad, para algunos aspectos, pero no para otros (Vergnaud, 1990). La relación entre situaciones y esquemas es la fuente primaria de la representación, pero su teoría se aleja mucho de la visión de que un objeto puede ser representado mentalmente de manera no ambigua a través de símbolos.

Reconoce que, sin signos y símbolos, la representación y la experiencia no podrían ser comunicadas. Por otra parte, el trabajo del pensamiento es seguido, acompañado, conducido, por las formas lingüísticas y la manipulación de símbolos. Así como la numeración y las notaciones algebraicas no son en sí mismas conceptos matemáticos, la notación musical no es la música, pero la ejecución de ciertas obras sería impensable sin ella. El lenguaje no es el pensamiento, pero ¿qué sería del pensamiento sin el lenguaje? (Vergnaud, 2007a).

La funcionalidad de la representación proviene de dos razones principales y complementarias:

- Organiza la acción, la conducta, y más generalmente, la actividad, siendo ella en sí misma el producto de la acción y de la actividad.
- Permite una cierta simulación de lo real, y en consecuencia, la anticipación.

La TCC reposa sobre un principio de elaboración pragmática de los conocimientos, que considera tanto la importancia del sentido de las situaciones como el de los símbolos en el aprendizaje de la matemática. Para esta teoría, no existe una biyección entre los significantes [R] y los significados [I], ni entre los significados [I] y las situaciones [S], sino que el significado de un concepto viene dado por ambos.

REPRESENTACIONES EN LA TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

La Teoría Antropológica de lo Didáctico, en adelante TAD, (Chevallard, 1992, 1997, 1999; Chevallard, Bosch y Gascón, 1997) se inscribe dentro del programa de investigación denominado "programa epistemológico" (Gascón, 1999), cuyo origen está dado por los trabajos de Brousseau iniciados a finales de la década de 1970, y se puede considerar como un desarrollo de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997), con la que comparte sus principios fundamentales. La característica principal del programa epistemológico consiste en considerar que el objeto primario de investigación de la Didáctica de la

Matemática, es la *actividad matemática* tal como se realiza en distintas instituciones de la sociedad (Bosch, 2003).

Esta teoría se propone superar los fenómenos didácticos, denominados por Chevallard (2004, 2005) *monumentalización del saber* y *pérdida de sentido* de las cuestiones que se estudian en la escuela. Según la TAD el saber matemático se construye como respuesta a situaciones problemáticas, surgiendo como el producto de un proceso de estudio. Se sitúa la actividad matemática, y en consecuencia la actividad de estudio en matemática, dentro del conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales.

En este marco, se puede describir a la actividad matemática y al saber que de ella emerge, en términos de *organizaciones o praxeologías matemáticas.* Una organización matemática es una entidad compuesta por: *tipos de problemas o tareas problemáticas; tipos de técnicas* que permiten resolver los tipos de problemas; *tecnologías* o discursos ("logos") que describen y explican las técnicas; y una *teoría* que fundamenta y organiza los discursos tecnológicos. Los tipos de problemas y los tipos de técnicas constituyen el "saber-hacer" matemático, mientras que los discursos tecnológicos y teóricos conformarían el "saber" matemático propiamente dicho. Se parte del postulado que toda actividad humana se puede describir como la activación de *praxeologías*, asumiendo así que toda práctica o "saber hacer" (toda *praxis*) aparece siempre acompañada de un discurso o "saber" (un *logos*), es decir, una descripción, explicación o racionalidad mínima sobre lo que se hace, el cómo se hace y el porqué de lo que se hace.

La actividad matemática se realiza mediante el recurso a una pluralidad de registros (escrito, gráfico, verbal, gestual, "material"). En el análisis del funcionamiento de la actividad matemática, son sumamente importantes las dificultades ligadas a la articulación entre diferentes registros. Esta observación, ciertamente, es compartida por diversas teorías didácticas. La conceptualización propuesta específicamente por el enfoque antropológico se sitúa en un doble hecho. Por un lado, en la no-diferenciación entre registros desde el punto de vista de su "valor" o función en el trabajo matemático: tan importantes son a priori una figura geométrica y el discurso con el que se expresa un razonamiento, como la transformación más o menos mecánica de una expresión simbólica escrita o el gesto de tachado que permite realizar, indicar y recordar una simplificación de fracciones. Por otro lado, en la importancia acordada al *valor instrumental* que se asigna a los "objetos de representación" (objetos *ostensivos*), frente a su *valor semiótico* (de signo) que es generalmente el que predomina en la visión cultural corriente (Bosch, 2003). Explicaremos sucintamente estos conceptos.

El modelo epistemológico propuesto por la TAD establece una distinción dentro del conjunto de objetos que componen los distintos elementos de las organizaciones matemáticas: las tareas problemáticas, las técnicas, las tecnologías y las teorías "están hechas" de objetos *ostensivos* y de objetos *no-ostensivos* (Bosch, 1994; Bosch y Chevallard, 1999).

Los objetos ostensivos (del latín "ostendere", presentar con insistencia) son aquellos objetos que se perciben: se ven, se tocan, se oyen, etc. En general, se puede hablar de "manipulación" de los objetos ostensivos. Los objetos no-ostensivos son, en cambio, todos aquellos objetos que existen institucionalmente, en el sentido en que se les atribuye una determinada existencia, pero que no se pueden percibir ni mostrar por sí mismos: ideas, conceptos, creencias, etc. Sí se pueden "invocar" o "evocar" mediante la manipulación de objetos ostensivos apropiados.

Una vez establecida esta dicotomía, se postula la coexistencia permanente de los objetos ostensivos y los objetos no-ostensivos, dentro de lo que se puede denominar la dialéctica de lo ostensivo y de lo no-ostensivo: los objetos no-ostensivos emergen de la manipulación de objetos ostensivos pero, al mismo tiempo, dicha manipulación está siempre guiada y controlada por objetos no-ostensivos. Recíprocamente, toda manipulación de ostensivos viene controlada por la "activación" o "evocación" de objetos no-ostensivos cuyas características pueden verse modificadas a lo largo de la actividad. Esto no implica una conceptualización simplista y reduccionista en la que lo ostensivo correspondería al nivel del "saber-hacer",

reservándose el ámbito de los objetos no-ostensivos a la actividad justificativa y explicativa, es decir, el "saber" propiamente dicho. Al contrario, la distinción ostensivo/no-ostensivo afecta a *todos los elementos* que componen las organizaciones matemáticas (Bosch, 2003).
En cuanto al origen de los conceptos matemáticos (no-ostensivos) y su relación con los objetos que los representan (ostensivos), la TAD responde en términos de la dialéctica ya mencionada: los conceptos surgen de la manipulación de ostensivos dentro de determinadas organizaciones matemáticas (como respuesta a ciertas tareas problemáticas y en un entorno tecnológico-teórico dado) y es esta misma práctica que, al institucionalizarse, establece los vínculos entre ostensivos y no-ostensivos que permitirán a los primeros remitir o representar a los segundos en futuras posibles actividades. En ningún caso se atribuye la primacía de los no-ostensivos sobre los ostensivos: no existe manipulación ostensiva (una escritura o un discurso) que sea la consecuencia directa de una supuesta "posesión" o "adquisición" de un no-ostensivo (una noción o un concepto), ni existe una manipulación ostensiva regulada que pueda prescindir de objetos no ostensivos.
La relación entre ostensivos y no-ostensivos se realiza de manera arbitraria, es decir, no motivada por la naturaleza de los ostensivos, aunque sí provocada por el tipo de actividad manipulativa en la que éstos entran. Al decir que los objetos ostensivos permiten, si no "mostrar", por lo menos "evocar" e "invocar" los objetos no-ostensivos, se retoma el punto de vista dominante sobre la actividad matemática que consiste en considerar que los objetos ostensivos son los *signos* de otros objetos, generalmente no-ostensivos, a los cuales representan. Se denomina *valencia semiótica* a esta función de los ostensivos, aunque en la TAD se considera que lo representado no es únicamente un no-ostensivo (concepto, idea o noción), sino que está formado siempre por *complejos* de objetos ostensivos y no-ostensivos vinculados por determinadas actividades matemáticas, es decir, por organizaciones matemáticas más o menos amplias.

> *Los ostensivos pueden funcionar como signos de una praxeología matemática, remitiendo a varios de los elementos (ostensivos y no-ostensivos) que las componen. Esta valencia semiótica sólo se adquiere en el ámbito de la realización de una actividad. Los ostensivos no "poseen" un significado, sino que, al ser manipulados, producen significado evocando otras organizaciones matemáticas. Se debe hablar, de manera más general, de la representación de toda una praxeología u organización matemática (la organización "representada") y, ello, a partir de la manipulación de un ostensivo, manipulación que, a su vez, se inscribe en otra organización matemática (la organización "representante" o modelo de la anterior)* (Bosch, 2003:21).

La Teoría Antropológica atribuye a los objetos ostensivos, además de su valencia semiótica, una *valencia instrumental* ligada a la capacidad de los sistemas de ostensivos para integrarse en manipulaciones técnicas, tecnológicas y teóricas. Dado que se consideran los objetos ostensivos como constitutivos de las organizaciones matemáticas y los ingredientes primarios de las tareas, técnicas, tecnologías y teorías, se presentan, en primer lugar, como *instrumentos* de la actividad matemática, herramientas materiales sin las cuales no se podría realizar la actividad. Lo importante, en la actividad matemática, no es tanto lo que la herramienta pueda representar, sino su adecuación y efectividad en la realización de la actividad.
Finalmente, según Bosch (2003:24):

> (…) se puede mostrar que, a medida que se avanza en la construcción del conocimiento matemático, aparece un fenómeno de reducción ostensiva que tiende a recluir los instrumentos ostensivos utilizados al registro de lo escrito o, cuanto menos, de lo que se puede plasmar en el papel. Los demás registros, a pesar de que siguen estando presentes, quedan relegados al ámbito de "lo accesorio" y resultan difícilmente "enseñables".

CONCLUSIÓN

El concepto de representación, relevante para la investigación actual en Didáctica de la Matemática, se puede analizar desde distintas perspectivas, resultando a veces complejo en su definición. Luego de describir en el presente trabajo de qué manera se aborda y teoriza sobre el concepto de representación en dos importantes teorías de la Didáctica de la Matemática actual: la Teoría de los Campos Conceptuales y la Teoría Antropológica de lo Didáctico, se puede señalar que en ambas teorías juega un papel fundamental este constructo, aunque es considerado de maneras disímiles. En el marco de la TCC se asocian las representaciones simbólicas con el significante de un concepto, diferenciándolo del referente y del significado, pero en estrecha e inevitable relación con ellos. La TAD atribuye a los objetos de representación una valencia semiótica –como signos- y una valencia instrumental -asociada al carácter instrumental en la actividad matemática-. El abordaje de este concepto en la TAD es amplio y complejo.

Los conceptos construidos y abordados por las distintas teorías de la Didáctica de la Matemática, no deben ser considerados como transparentes e incuestionables. Por el contrario, deben ser estudiados con profundidad, criticados cuando así se lo considere, y seleccionados en función de las investigaciones a desarrollar, a la luz de los referenciales teóricos adoptados. El análisis presentado, sin pretender ser exhaustivo, constituye un importante y necesario insumo para la continuidad de la investigación en que se enmarca el presente trabajo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOSCH, M. 1994. *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad.* Tesis doctoral. España: Universitat Autónoma de Barcelona.
- BOSCH, M. 2003. Un punto de vista antropológico: la evolución de los "elementos de representación" en la actividad matemática. En N. de los Ángeles, C. Rodríguez, L. C. Contreras González, y J. Carrillo Yáñez (coord.): *Cuarto Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. ISBN 84-95699-43-5, (pp. 15-28). España: SEIEM. Universidad de Huelva.
- BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. 1999. La sensibilidad de la actividad matemática a los ostensivos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.19, Nº1, (pp. 77-124).
- BROUSSEAU, G. 1997. The theory of didactical situations in mathematics. Dordrecht: Kluwer A. P.
- CHEVALLARD Y. 1992. Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 12(1), (pp. 73-112).
- CHEVALLARD, Y. 1999. L´ ánalyse des practiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 19 (2), (pp. 221-266).
- CHEVALLARD, Y. 1997. Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 17 (3), (pp. 17-54).
- CHEVALLARD, Y. 2004. Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. Recuperado el 3 de marzo de 2012 de: http://yves.chevallard.free.fr
- CHEVALLARD, Y. 2005. La didactique dans la cité avec les autres sciences. Symposium de Didactique Comparée. Montpellier 15-16.
- CHEVALLARD, Y; BOSCH, M; GASCÓN, J. (1997). Estudiar Matemática. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE/Horsori.
- DUVAL, R. 1993. *Registros de representaciones semióticas y funcionamiento cognoscitivo del pensamiento*. Traducción: Departamento de Matemática Educativa CINVESTAV-IPN.

- GASCÓN, J. 1999. Fenómenos y problemas en didáctica de las matemáticas. En T. Ortega (Ed.). *Actas del III Simposio de la SEIEM*. Valladolid. (pp. 129-150).
- HITT, F. 1997. Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum. *Presentado en el XI RELME*. Morelia, México.
- MOREIRA, M. A. 2002. La teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. *Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias.* Vol. 7. Nº 1. Traducción de Isabel Iglesias.
- PANIZZA, M. y DROUHARD, J-Ph. (2002). Producciones escritas y tratamientos de control en álgebra: algunas evidencias para pensar en interacciones posibles para guiar su evolución. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. RELME 15. Vol. 15, Tomo 1. (pp. 207-212). México: CLAME.
- PUIG, L. 2003. Signos, textos y sistemas matemáticos de signos. En E. Filloy (ed.). *Matemática educativa: aspectos de la investigación actual*, (pp. 174-186). México, DF.: Fondo de Cultura Económica / CINVESTAV.
- RICO, L. 2009. Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática. *PNA*, Vol. 4. Nº 1. (pp. 1-14). España.
- VERGANUD, G. 1994. (Coord.). Aprendizajes y didácticas: ¿Qué hay de nuevo? Bs. As.: Edicial.
- VERGNAUD, G 2005. En Sur la théorie des situations didactiques. Hommage a Guy Brousseau. Francia: La Penseé Sauvage, Ãdition.
- VERGNAUD, G 2007b. ¿En qué sentido la Teoría de los Campos Conceptuales puede ayudarnos para facilitar Aprendizaje Significativo? (In what sense the conceptual fields theory might help us to facilitate meaningful learning?). *Investigações em Ensino de Ciências*. Vol. 12(2), (pp. 285-302).
- VERGNAUD, G. 1988. Multiplicative structures. En H. Hiebert, y M. Behr (Eds.). *Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. (pp. 141-161).
- VERGNAUD, G. 1990. La teoría de los campos conceptuales. *RDM*, Vol. 10, Nº 2-3, (pp. 133-170). Trad. Juan D. Godino.
- VERGNAUD, G. 1993. La teoría de los campos conceptuales. En E. Sánchez, y G. Zubieta (Eds.). *Lecturas en Didáctica de las Matemáticas. Escuela Francesa.* México D. F.: Cinvestav-IPN. (pp. 88-117).
- VERGNAUD, G. 1996. Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. *Revista Perspectivas*. Vol. XXVI, Nº 1.
- VERGNAUD, G. 1998. A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior.* Vol 17(2), (pp. 167-181).
- VERGNAUD, G. 2007a. Forma operatoria y forma predicativa del conocimiento. *Actas Primer Encuentro Nacional sobre Enseñanza de la Matemática*. ISBN 978-950-658-183-1. Tandil.