

P03

EVALUACIÓN DEL ESTADO DE VALIDACIÓN ALCANZADO POR LOS ESTUDIANTES EN CONCEPTOS BÁSICOS DE FUNCIONES

Patricia SASTRE VÁZQUEZ, Valeria SUHURT, Graciela REY

Facultad de Agronomía - Universidad Nacional del Centro de la Prov. de Buenos Aires

psastre@faa.unicen.edu.ar valerias@faa.unicen.edu.ar grey@faa.unicen.edu.ar

Palabras Clave: evaluación, estado de validación, funciones.

RESUMEN

El presente trabajo relata una etapa de un proyecto de investigación en desarrollo, en el área de Educación Matemática.

En el marco del Proyecto de Investigación “Análisis del Lenguaje Matemático y su influencia en los procesos de Validación en estudiantes universitarios de Ingeniería”, se aborda la evaluación del estado de validación alcanzado por los alumnos para los conceptos básicos o iniciales del análisis de funciones. Para ello, se aplica un instrumento de evaluación sobre una prueba escrita diseñada al efecto, permitiendo obtener una caracterización individual y grupal del estado de validación para los contenidos seleccionados.

INTRODUCCIÓN

La validación es una habilidad compleja cuyo dominio permite que el estudiante vaya adquiriendo cada vez mayor autonomía en su proceso formativo. La evaluación en un sujeto de su estado en el aprendizaje de la validación matemática para un cierto contenido puede denominarse más simplemente *estado de validación* en el que se encuentra ese estudiante y para dicho contenido. (González y Rodríguez, 2006)

El objetivo de este trabajo es evaluar el estado de validación alcanzado por un grupo de estudiantes de la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, en conceptos básicos de Funciones. Identificar tal estado brinda valiosa información al docente para orientar los avances de los alumnos en esta cuestión.

CONSIDERACIONES TEÓRICAS

El concepto de validación tiene variadas acepciones y usos. En el ámbito de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática y para este trabajo adoptaremos la definición propuesta por Falsetti y otros, (2004):

“Entendemos la validación de un conocimiento matemático en situación de aprendizaje como el resultado de un proceso del sujeto por el cual éste es capaz de manifestar y sostener en un ámbito social las razones, elaboradas autónomamente, de por qué un enunciado es o no verdadero, un procedimiento es o no correcto o un razonamiento es o no válido. Al manifestar sus razones debe hacer explícitos los sentidos de los objetos matemáticos que manipula y estos sentidos deben corresponderse con los significados aceptados por la Institución Matemática”.

Para analizar los procesos de validación de los alumnos para un determinado contenido matemático se deben tomar posicionamientos claros respecto de la situación de aprendizaje

que se diseña, prestando particular atención a los problemas que se les presentan para resolver y a las distintas opciones de formas de resolución (trabajo individual o colectivo, en equipo, de a pares, con o sin intervenciones del docente, etc.) que se promuevan. El solo hecho de proponer un problema a los estudiantes no es suficiente para garantizar que pongan en marcha un proceso de validación. (Balacheff, 2000)

En cuanto al registro de las resoluciones efectuadas por los estudiantes, además de la existencia de un registro escrito que contenga la resolución, se pueden considerar alternativas para obtener información acerca de los significados y las explicaciones otorgadas a símbolos y procedimientos usados. Este registro puede ser escrito u oral a la vez que puede ser simultáneo a la resolución o posterior a la misma. Las decisiones en este sentido deben considerar las posibilidades concretas de realización con relación a si es posible contar con observadores, si es posible filmar o grabar las clases, etc.

La revisión bibliográfica permite acceder a un listado preliminar de acciones observables durante el proceso de validación que resultan de gran valor tanto para su consideración al momento de diseñar las actividades o problemas, como para el análisis de los protocolos de resolución y de las explicaciones de los mismos. En este trabajo se consideran las “acciones de validación” definidas por Falsetti y otros (2004), cuyo listado es el siguiente:

- A1. Hacer ensayos o intentos
 - A2. Usar fórmulas, definiciones o procedimientos desconectados de la actividad a resolver
 - A3. Usar fórmulas, definiciones o procedimientos conectados a la actividad a resolver
 - A4. Generalizar inductivamente (observar alguna regularidad)
 - A5. Enunciar ambigüedades
 - A6. Ejemplificar
 - A7. Anticipar, predecir
 - A8. Elegir entre varias opciones dadas justificando su elección
 - A9. Encontrar analogías o similitudes
 - A10. Describir (mostrar pasos y procedimientos)
 - A11. Ejemplificar mostrando regularidades
 - A12. Imitar (reproducir una estructura de razonamiento o procedimiento)
 - A13. Explicar (dar razones y relaciones)
 - A14 Comparar (establecer semejanzas y diferencias)
 - A15. Justificar por la “autoridad” (libro, docente, par experto)
 - A16. Reconocer contradicciones
 - A17. Reconocer la adecuación o no del resultado o conclusión respecto del problema o situación de origen
 - A18. Enunciar la negación de una regla, propiedad, etc.
 - A19. Identificar condiciones bajo las que ocurren ciertas regularidades ya reconocidas
 - A20. Derivar conclusiones con premisas dadas
 - A21. Formular un razonamiento simple (elaborar las premisas y deriva una conclusión)
 - A22. Reconocer que las herramientas empleadas no son suficientes para garantizar la validez de un conocimiento (puede no saber cuáles necesita para garantizar la validez).
- Este listado se completa con otras dos acciones de validación surgidas como categorías emergentes de nuevas investigaciones. (Barreiro y otros, 2009). Éstas son:
- A23. Apelar a un registro semiótico para validar lo producido en otro (ejemplo: mostrar las propiedades de un gráfico para validar una propiedad algebraica)
 - A24. Exhibir un “formato matemático” para ser adaptado a una producción personal. (aunque este formato no sea usado adecuadamente)

Entre distintas alternativas metodológicas para la evaluación del proceso de validación, se adopta un modelo que permite describir el estado de validación de un estudiante para cualquier contenido matemático y para cualquier modalidad de explicación elegida, propuesto por González y Rodríguez (2006).

MÉTODO UTILIZADO

Características del grupo

La población que se evalúa está compuesta por 70 estudiantes de la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional del Centro, sita en Azul, Provincia de Buenos Aires. Todos ellos son alumnos regulares de Análisis Matemático, asignatura que corresponde al segundo cuatrimestre del primer año de todas las carreras que allí se dictan.

Características de la prueba

Se diseñó una prueba escrita con actividades que abordan algunos conceptos considerados básicos para el análisis de funciones: dominio e imagen, representación gráfica y estudio de límites. La prueba incluyó dos ejercicios con varios ítems en cada uno, en los que, además de la resolución, se solicitó la explicación de lo efectuado para resolver o las razones que impidieron la resolución. (ver Anexo)

Cada ejercicio tiene asociado un listado de acciones de validación esperables, compuesto por aquellas acciones que mínimamente deben ser utilizadas para que ese ejercicio pueda ser considerado como matemáticamente correcto. (Tabla 1)

Ejercicio	Acciones																
1.a.	A3: Usar fórmulas o procedimientos conectados a la actividad por resolver.																
	Detalle	Resuelve: $x+2 \neq 0$ $x \neq -2$ $D_m f(x) = \mathbb{R} - \{-2\}$ Explica: <i>Como la división por cero no es posible, calculo el valor de x que hace 0 al denominador y lo excluyo del dominio de la función</i>															
1.b.	A3: Usar fórmulas o procedimientos conectados a la actividad por resolver.																
	Detalle	Confecciona la tabla <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-5</td> <td>\notin</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table> Confecciona el gráfico indicando que (-2;-4) no pertenece a la recta. Explica: <i>Confecciono la tabla utilizando los valores del dominio y realizo el gráfico marcando y uniendo los puntos.</i>	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	y	-5	\notin	-3	-2	-1	0
x	-3	-2	-1	0	1	2	3										
y	-5	\notin	-3	-2	-1	0	1										
1.c.	A20: Derivar conclusiones con premisas dadas.																
	Detalle	Concluye a través de distintos ejemplos numéricos que tiende a -4.															
1.d.	A24: Exhibir un “formato matemático” para ser adaptado a una producción personal.																
	Detalle	$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -4$															

		Escribe correctamente el límite.
2.a.	A3: Usar fórmulas o procedimientos conectados a la actividad por resolver.	
	Detalle	Resuelve el límite correctamente. Explica los procedimientos utilizados.
2.b.	A3: Usar fórmulas o procedimientos conectados a la actividad por resolver.	
	Detalle	Escribe $g(x) = x-2$ Grafica la recta incluyendo el punto $(-2;-4)$.
2.c-1.	A14: Comparar (establecer semejanzas y diferencias)	
	Detalle	$Dm f(x) = Dm g(x) - \{-2\}$
2.c-2.	A14: Comparar (establecer semejanzas y diferencias)	
	Detalle	$\lim f(x) = \lim g(x) - \{-4\}$
2.c-3.	A14: Comparar (establecer semejanzas y diferencias)	
	Detalle	El gráfico de $f(x)$ es igual al gráfico de $g(x)$ sin incluir al punto $(-2;-4)$

Tabla 1: Acciones esperables para cada ejercicio

Características del modelo de análisis

Para analizar los resultados se utilizó el modelo diseñado por González y Rodríguez (2006), partiendo de la consideración simultánea de la *resolución* y de la *explicación* de cada ejercicio, y realizando la corrección de las pruebas con una escala de -10 a 10 y puntajes definidos según se observa en la Tabla 2.

Resuelve Explica	Bien	Regular	Mal	No hace
	Bien	10	7	3
Regular	9	5	1	-4
Mal	4	2	-5	-9
No hace	-1	-2	-7	-10

Tabla 2: Escala de puntajes

Siguiendo el modelo, se determinan los niveles de validación asociados a la escala numérica, distinguiendo entre puntajes positivos y negativos como indicadores de estados de validación buenos y desfavorables respectivamente, según se detalla en la Tabla 3.

Nivel	Puntaje	Estado de validación
Alto	[5;10]	Bueno
Medio	[0;5)	Bueno
Bajo	[-5;0)	Desfavorable
Incipiente	[-10;-5)	Desfavorable

Tabla 3: Niveles de validación

A partir de las correcciones de cada ejercicio utilizando los puntajes asignados, se obtienen el promedio y el desvío correspondientes a la prueba de cada estudiante. La consideración conjunta del promedio y del desvío permite la ubicación en un determinado nivel de validación: a través del promedio se realiza una ubicación transitoria (Tabla 4) que luego el desvío ajusta definitivamente.

Grados de lo matemáticamente correcto	Nivel Incipiente	Nivel Bajo	Nivel Medio	Nivel Avanzado
Incorrecto	No se distinguen los rangos	[-5;-4)	[0;1)	[5;6)
Regular		[-4;-2)	[1;3)	[6;8)
Bastante Bien		[-2;-1)	[3;4)	[8;9)
Bien		[-1;0)	[4;5)	[9;10]

Tabla 4: Ubicación según promedio de la prueba

La posición definitiva resulta del ajuste según el rango del desvío, con el siguiente criterio: entre 0 y 4 es confiable; de 4 a 6 decae en un grado, y si es mayor a 6 decae en un nivel.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los trabajos de los estudiantes se corrigieron utilizando la Escala de puntajes (Tabla 2) y se volcaron los resultados para cada alumno en una tabla de corrección. Luego se calcularon los promedios y desvíos de cada estudiante. Estos valores permitieron determinar tanto el nivel de validación como el grado de lo matemáticamente correcto alcanzados por cada estudiante.

De la lectura de estos valores, se puede reconocer la existencia de tres grupos de estudiantes según el estado de validación alcanzado. El primero de ellos, conformado por el 80% del total, se caracteriza por nuclear a quienes poseen un estado de validación incipiente. El segundo grupo, integrado por el 16% de los estudiantes, abarca a quienes poseen un estado de validación bajo. Por último, el tercer grupo que reúne al 4% restante, corresponde a los estudiantes con un estado medio de validación. (Gráfico 1)

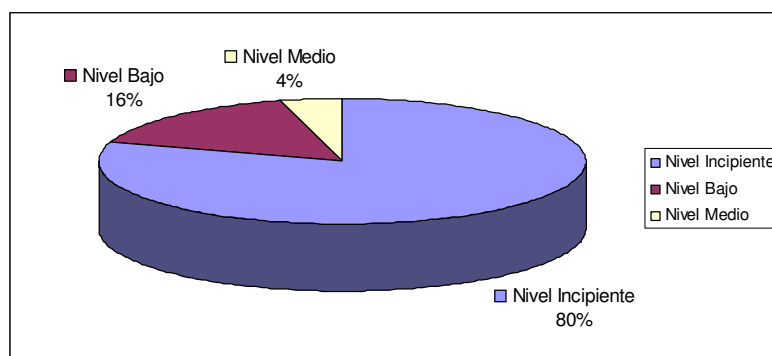


Gráfico 1: Porcentaje de alumnos según Nivel de validación

Los estudiantes que poseen un estado de validación incipiente se caracterizan por dar una explicación escasa o nula de lo realizado. En su mayoría, cuando han resuelto las actividades lo han hecho de manera incorrecta. Quienes poseen un estado de validación bajo son capaces de resolver las actividades de forma regular mayoritariamente, pero no logran dar una explicación de lo realizado. Finalmente, aquellos que poseen un estado de validación medio,

se caracterizan por ser capaces de explicitar los procedimientos llevados a cabo en sus resoluciones, aunque éstas no resultan matemáticamente correctas.

Es de destacar que ninguno de los estudiantes objeto de estudio ha alcanzado un estado de validación alto para los contenidos evaluados.

Los datos obtenidos no solo permitieron reconocer el estado de validación que poseen los alumnos sino además establecer categorías diferenciales en función del grado de corrección de sus resoluciones desde un punto de vista matemático. (Tabla 5)

Grados de lo matemáticamente correcto	Nivel Incipiente	Nivel Bajo	Nivel Medio	Nivel Avanzado
Incorrecto	56	3	2	--
Regular		7	1	--
Bastante Bien		1	--	--
Bien		--	--	--
Total	56	11	3	0

Tabla 5: Cantidad de alumnos según nivel de validación y grado de lo matemáticamente correcto.

En cuanto al análisis del grado de corrección matemática de lo realizado y según los resultados expuestos en la Tabla 5, pueden realizarse distinciones entre quienes han alcanzado un nivel bajo o medio de validación. En el primer caso la mayoría de los estudiantes ha resuelto las actividades en forma incompleta o con errores. Para el caso de los estudiantes con un nivel medio de validación es de destacar que ninguno de ellos ha logrado resolver las actividades de manera matemáticamente correcta.

CONCLUSIONES

La evaluación del estado de validación matemática de este grupo de estudiantes para los contenidos seleccionados pone de manifiesto el escaso dominio de esta competencia y por ende, la necesidad de orientar acciones docentes tendientes a mejorar este estado de situación. En este sentido, los resultados de esta evaluación pueden asimilarse como un diagnóstico inicial permitiendo el inicio de un proceso de seguimiento de los avances de este grupo a lo largo del cursado de la asignatura.

Dado que el modelo aplicado ha resultado muy útil para la caracterización de los estudiantes en cuanto a sus posibilidades de validación matemática, se considera pertinente el desarrollo de réplicas sucesivas que permitan la comparación en distintos momentos del proceso de enseñanza y aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

- BALACHEFF, N. 2000. “Procesos de prueba en los alumnos de Matemáticas”. Una empresa docente. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia.

- BARREIRO, P.; FALSETTI, M.; FORMICA, A.; MARINO, T.; MELLINCOVSKY, D. 2009. Estudio cualitativo del aprendizaje de la validación en matemática: avances en base al análisis de protocolos de clase. Revista Educación Matemática. Facultad de Matemática, Astronomía y Física. UNC. Vol 24. Trabajo de Investigación - 2008. Disponible en: www.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_23/prop_2_Aprendizaje_de_la_validacion.pdf
- FALSETTI, M.; MARINO, T.; RODRÍGUEZ, M. 2004. Validación en Matemática en situación de aprendizaje. Actas del VI Simposio de Educación Matemática, Chivilcoy, Prov. de Bs. As. Formato CD.
- GONZALEZ, V. y RODRIGUEZ, M. 2006. Un modelo para evaluar la validación matemática. Educación Matemática, Vol. 18, Núm.3, diciembre 2006, pp. 103-124.

ANEXO

Prueba utilizada en la evaluación

1) Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

- Halla el dominio de $f(x)$.
- Realiza el gráfico aproximado de $f(x)$
- ¿Qué ocurre con $f(x)$ cuando x toma valores muy próximos a -2 ?
- ¿Puedes expresar tu respuesta anterior de manera simbólica?

Explica lo que hiciste para resolver y por qué lo hiciste, como si fuera una explicación dada a un compañero que no entiende.

Si no te salió el ejercicio

Por favor indica las razones: si no te resulta claro el enunciado, si hay alguna fórmula que necesitas y no la recuerdas, etc.

Por favor, escribe lo que pensaste, aunque sepas que no es la resolución del ejercicio.

2) a) Resuelve como si fuera un ejercicio de un parcial. Incluye todos los cálculos y justificaciones.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

Explica lo que hiciste para resolver y por qué lo hiciste, como si fuera una explicación dada a un compañero que no entiende

b) En tu cálculo anterior puedes haber arribado a una función diferente a la inicial, a través de un trabajo algebraico. A ésa nueva función que te pudo haber permitido encontrar el límite buscado, llámala $g(x)$. Escribe $g(x)$ y realiza un gráfico aproximado.

c) Compara $f(x)$ y $g(x)$:
c.1) Dominios.
c.2) Imágenes.
c.3) Gráficas.

Si no te salió el ejercicio

Por favor indica las razones: si no te resulta claro el enunciado, si hay alguna fórmula que necesitas y no la recuerdas, etc.

Por favor, escribe lo que pensaste, aunque sepas que no es la resolución del ejercicio.