

**CB 03****ANÁLISIS DE LOS DISTINTOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN DE DOMINIO DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE**

**Cristina COSCI, Gladys MAY, Gabriel HIDALGO, Javier ESPERANZA, Sara ALANIZ, Roberto SIMUNOVICH**

**Facultad de Ingeniería y Ciencias Económico Sociales - UNSL**  
**25 de mayo 384 - Villa Mercedes - San Luis**  
*gcmay@fices.unsl.edu.ar acosci@fices.unsl.edu.ar*

**Palabras Clave:** Funciones de una variable, dominio, gráfico, registros de representación.

**RESUMEN**

El presente trabajo despertó nuestro interés, ya que hemos comprobado, que la conversión entre representaciones semióticas constituye una actividad cognitiva difícil de adquirir para la gran mayoría de los alumnos. No solo los cambios de registros ocasionan obstáculos sino también la ausencia de coordinación entre los diferentes registros de representación.

El siguiente trabajo consiste en realizar un análisis de un cuestionario tomado a los alumnos de la asignatura Matemática de la carrera de Ingeniería Agronómica de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Económico-Sociales, de la Universidad Nacional de San Luis sobre el tema dominio de funciones de una variable.

Tomando como referencia los registros de representación semiótica (Duval, 1998), analizamos las respuestas dadas por los estudiantes de primer año de cuatro actividades sobre dominio de funciones de una variable. Observamos que existe un importante porcentaje de alumnos que si bien resuelven correctamente en forma algebraica, presentan dificultades cuando deben encontrar el dominio mediante la utilización de diferentes registros.

Este diagnóstico es de tipo exploratorio y con el objetivo de mejorar nuestra práctica docente.

**FUNDAMENTACIÓN**

Como docentes de la asignatura Matemática de la carrera de Ingeniería Agronómica vemos las dificultades que presentan los alumnos al cursar dicha asignatura con respecto a la representación de las funciones, al manejo de distintos registros, así como la conversión entre los mismos, de ahí, nuestro interés en investigar las causas de estas fallas detectadas, para así intentar mejorar nuestra práctica docente.

Debido al análisis previo realizado, uno de los temas que despertó nuestro interés, es el de encontrar el dominio de funciones de una variable, ya que hemos comprobado, que la conversión entre representaciones semióticas constituye la actividad cognitiva menos espontánea y más dificultosa de adquirir para la mayoría de los alumnos. No solo los cambios de registros ocasionan obstáculos sino también la ausencia de coordinación entre los diferentes registros.

*"Un cambio explícito de registro aparece como un medio potente y necesario para la comprensión de textos"(Duval, 1986, 1990c).*

Es de sumo interés, entonces, analizar las dificultades que conllevan los procesos de enseñanza/aprendizaje del concepto de dominio de una función de una variable. Por lo que, en nuestra investigación, trabajaremos los registros numéricos, gráficos, verbales y simbólicos, ahondando en planteamientos controvertidos que tengan que ver con el concepto aplicándose

una metodología cualitativa y considerándose el marco teórico: *Registros de Representación Semiótica* de Raymond Duval para determinar que y como aprenden estos alumnos.

Nuestro trabajo, es una continuidad de un análisis hecho en años anteriores sobre este tema pero en la carrera de Contador Público Nacional de la FICES sobre este tema. En dicho estudio vimos las dificultades que tenían los alumnos al trabajar en los distintos registros, especialmente cuando se les pedía pasar del registro gráfico al algebraico o analítico.

Para mejorar el aprendizaje del tema dominio de funciones de una variable, en un primer intento se agrego más actividades donde debían encontrar dominio analíticamente y gráficamente. También se incorporó que dado el dominio de una función de una variable se les pide a los alumnos encontrar funciones que tuvieran dicho dominio. Este tipo de actividad es muy poco frecuente en los libros de textos

Este diagnóstico es de tipo exploratorio y con el objetivo de mejorar nuestra práctica docente.

### Objetivos Específicos

- Analizar si los alumnos identifican el dominio de una función de una variable a partir de distintos registros de representación.
- Analizar los errores que comete el alumno al realizar conversiones entre los registros.

Para la confección de las actividades propuestas a los alumnos, se ha tenido en cuenta la importancia de las conversiones entre registros de representación semiótica establecido por Duval (1998).

Este autor analiza y enfatiza la importancia de la “representación” en matemáticas. Dado que los conceptos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción, establece que no es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a la noción de representación. Por ejemplo: una escritura, una notación, un símbolo, un punto, una gráfica, etc. representan un objeto matemático. Un registro está constituido por signos: símbolos, íconos, trazos, etc. Es decir, son medios de expresión y representación semiótica. Solamente por medio de las representaciones semióticas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos.

Duval (1993) afirma que sólo por medio de las representaciones semióticas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos y caracteriza a un *sistema semiótico* como un *sistema de representación*, el cual puede ser un *registro de representación* si permite tres actividades cognitivas, a saber:

- La *presencia de una representación* identificable como una representación de un registro dado. Por ejemplo: el enunciado de una frase o la escritura de una fórmula, como el que se incluye a continuación

$$-2x + 3y = 6 \quad \rightarrow \quad \text{registro algebraico}$$

- El *tratamiento de una representación* que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formada, como la que se representa en el siguiente ejemplo

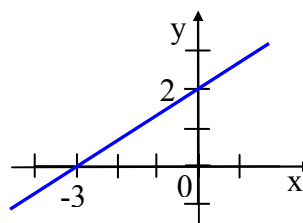
$$-2x + 3y = 6 \quad \rightarrow \quad -2x + 3y - 6 = 0$$

- La *conversión de una representación* que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial. Esta actividad cognitiva es diferente e independiente a la del tratamiento.

Puede ejemplificarse de la siguiente manera:

$$-2x + 3y = 6$$

Registro algebraico



Registro gráfico

Considera asimismo, que la comprensión integral de un contenido conceptual está basada en la coordinación de al menos dos registros de representación y esta coordinación queda de manifiesto por medio del uso rápido y la espontaneidad de la conversión cognitiva.

Los alumnos deben aprender a realizar como una actividad necesaria, conversiones en distintos registros. La coordinación entre ellos es de vital importancia para el desarrollo del pensamiento. Este cambio de registros no se realiza en forma espontánea, pues el pensamiento moviliza un solo registro de representación. Bajo esta perspectiva, una de las actividades fundamentales de los profesores es enfrentar a los alumnos con problemas en donde, para poder resolverlos, necesitan realizar conversiones entre distintos registros.

## DESARROLLO

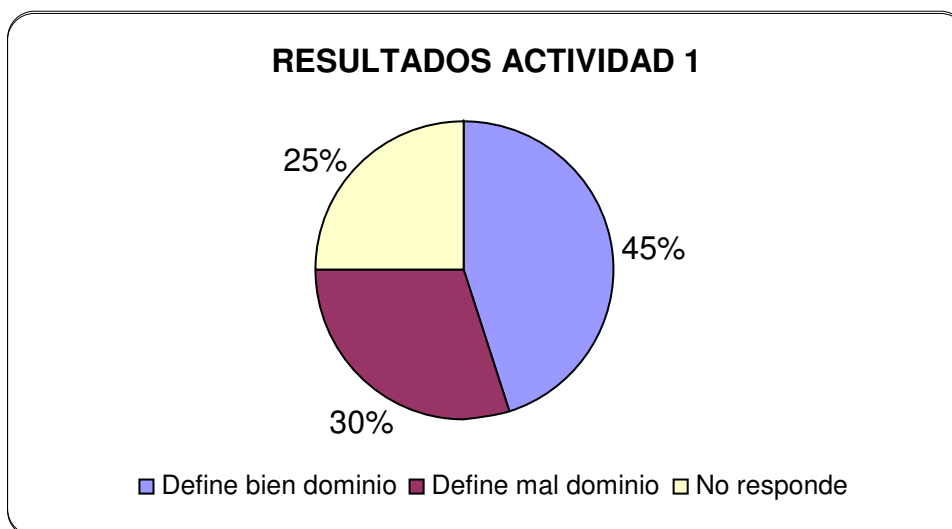
Con el propósito de analizar las dificultades que se les presenta a los alumnos en cuanto a realizar conversiones de registros aplicando este concepto, se analizaron 40 encuestas de cuatro preguntas a estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Agronómica, el cual se refiere al cálculo de dominio de una función de una variable a través de la conversión entre los diferentes registros. Las actividades propuestas a los alumnos, fueron las siguientes:

### Actividad 1

***Dar la definición de dominio de una función de una variable***

El objetivo de esta tarea es analizar cual es la conceptualización que tienen los alumnos sobre dominio de funciones. Es una pregunta abierta en donde no se les indica vías de respuesta, tampoco se los induce a que respondan en un determinado registro.

### Análisis de las respuestas



El registro al cual acuden mayoritariamente los alumnos para definir el concepto de dominio es el registro verbal. A pesar de que en la clase de teoría se explicó la definición en forma verbal y conjuntista, ninguno de ellos lo expresó en este último registro.

Los alumnos hacen una transcripción textual del concepto de dominio dado en las clases de teoría, ninguno de ellos indaga en otras bibliografías (explicitadas en el programa de la asignatura), así como la posibilidad de acceso a la biblioteca e Internet, evidenciando de esta manera la falta de curiosidad y la mera aceptación de los conceptos dados únicamente por el docente.

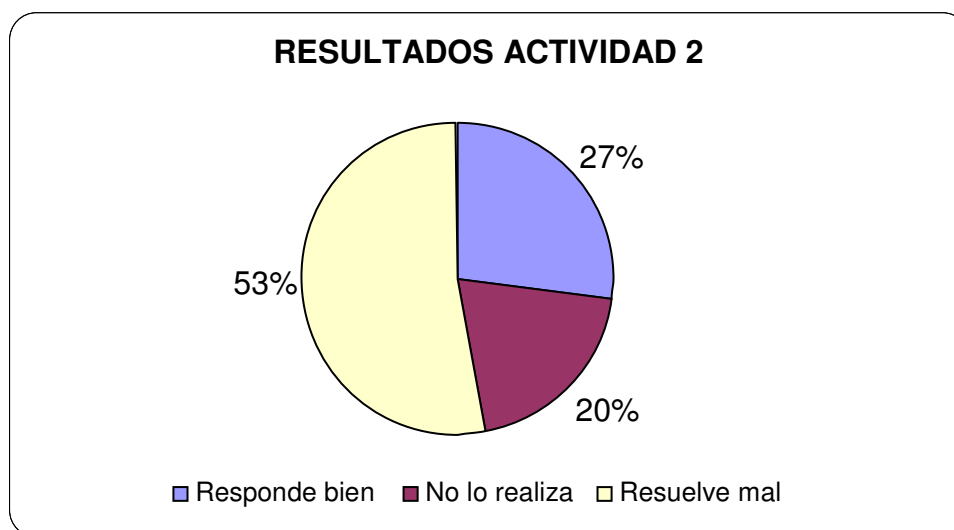
Muchos de ellos definen el concepto, no formalizando el mismo, por ejemplo, un alumno escribe “*es la primera componente de los pares ordenados*”. Otros alumnos confunden el concepto de rango con el de dominio.

## **Actividad 2**

*Dada la función  $y = -3\text{sen}x$ , para  $x$  variando entre  $-2\pi < x < 2\pi$ . De el dominio de esta función*

El objetivo de esta pregunta es analizar si los alumnos se dan cuenta que en el mismo enunciado, tienen la respuesta, se trabaja en el registro algebraico

### **Análisis de las respuestas**

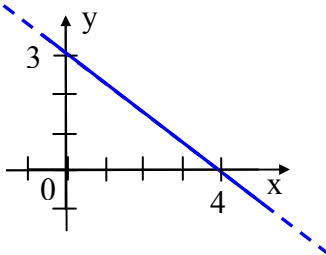


Dentro del 53% de los alumnos que responden mal la consigna, se observa más en detalle que hay un 40 % que dan como respuesta que el dominio es el conjunto de todos los números reales y hay un 13% que responden que el dominio es el intervalo  $[-3,3]$ , confundiendo el rango con el dominio de la función.

La mayoría de los alumnos, en esta actividad hicieron la gráfica de la función, la cual no era necesaria para responder a lo solicitado, los que realizaron bien la gráfica pudieron contestar correctamente. Una de las causas del alto porcentaje de la mala resolución de este ejercicio puede ser que no se comprende el texto del enunciado. Fundamentando esta afirmación en que luego de realizado el cuestionario, los alumnos indagados (que no respondieron correctamente), expresaron que no lograron comprender correctamente el enunciado.

**Actividad 3**

*Dada la gráfica de la siguiente función , determinar el dominio*



En la siguiente propuesta, se deja libertad en la representación, y se observa que dado el registro en el que se le plantea el enunciado (registro gráfico), el alumno debería ser capaz de identificar, que la respuesta debe expresarla en el registro algebraico, o verbal. Tomando cualquiera de los dos opciones anteriores como una respuesta correcta.

Además, al ver la grafica, el alumno debería identificar que si bien, no se dibuja la recta en su totalidad, la misma se prolonga infinitamente, lo cual le da una pauta para determinar el dominio en forma muy simple. Fundamentado en lo expresado en clase.

**Análisis de las respuestas**

En general en esta actividad los alumnos no tuvieron mayores dificultades, hacen una buena lectura del gráfico, algunos de ellos escriben  $D = \{x / x \in \mathbb{R}\}$ , otros  $(-\infty, \infty)$ . Los alumnos que resuelven mal, expresan que el dominio es el conjunto de los reales positivos y otros los reales negativos. Dos alumnos expresaron que el dominio es el intervalo en el cual esta graficada la función,  $[0,4]$

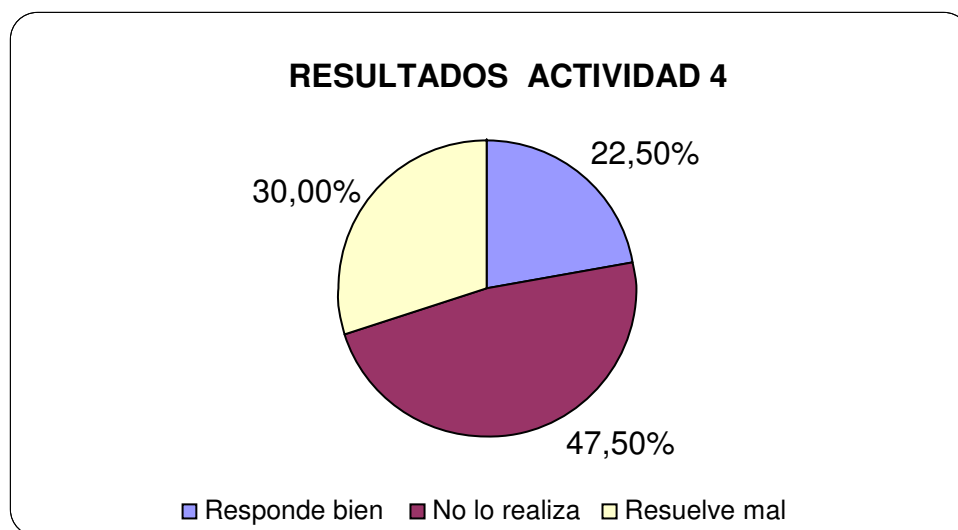
**Actividad 4**

*Proponga una función cuyo dominio sea el conjunto de los números reales, excluido el cero.*

El objetivo principal de esta actividad es observar si los alumnos pueden expresar en el registro algebraico lo dado en el enunciado, teniendo en cuenta que el docente expresa la

mayoría de la veces en sus explicaciones los enunciados en forma verbal, para luego proceder a expresarlo en forma algebraica

### Análisis de las respuestas



Todos los alumnos que contestaron correctamente, propusieron la función  $f(x) = 1/x$ . A nadie se le ocurrió escribir otro tipo de función, como por ejemplo  $f(x) = 1/x^2$  ó  $f(x) = 1/\sqrt{x}$ . Entre los errores cometidos por los alumnos en esta actividad, el más destacado es que escribieron la función  $f(x) = \lg_2 x$ . Es cierto, que el cero no pertenece al dominio pero tampoco los números negativos, otros alumnos propusieron la función de una parábola con vértice en el origen de coordenadas.

Como se observa, el porcentaje de alumnos que no realizan esta actividad es muy alto. Al proponerle que de una función cuyo dominio cumpla con ciertas características, es un obstáculo para el alumno, puede ser que en la mayoría de los textos que ellos trabajan y en las actividades prácticas realizadas en clase no es muy frecuente este tipo de actividades.

### CONCLUSIONES

Del análisis efectuado sobre las tareas solicitadas, concluimos que la mayoría de los alumnos no realizan correctamente las conversiones entre registros, que es de vital importancia para el desarrollo del pensamiento. Dado que, entre las habilidades matemáticas necesarias para resolver un problema, se combinan generalmente, tratamientos y conversiones, la diferenciación de registros de representación y la coordinación entre ellos son los puntos más importantes para el desarrollo del aprendizaje.

Los docentes debemos implementar mayoritariamente actividades de conversiones entre registros y no tanto de tratamientos en un mismo registro si queremos, tal como lo expresa Duval (1998) la comprensión integral por parte de los alumnos, de los diferentes conceptos matemáticos.

Teniendo en cuenta el análisis de estas actividades, se tratará de implementar en las guías de trabajos prácticos más actividades de cambios de registros.

Es fundamental inducir a los alumnos a que se acostumbren a consultar bibliografía actualizada, sobre los contenidos del programa de la asignatura, a fin de contribuir a que sean “más autónomos”.

**REFERENCIAS**

- DUVAL, R. 1998. Registros de Representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II*, (pp. 173-201). México: Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav.
- ELLIOT, J. 1990. *La investigación-acción en Educación*. Madrid. Morata.
- FABRA, M. y DEULOFEU, J. 2000. *Construcción de gráficos de funciones: "Continuidad y prototipos"*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Vol.3, Num.2, (pp. 207-230).
- GATICA N., TAUBER, L. y RUIZ, F. 2002. "Registros de representación puestos en juego en el concepto de función: un estudio en estudiantes ingresantes a la carrera de ingeniería". En M. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (Eds.). *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*. (pp.417-430). Universidad de Alicante (España).
- GATICA, N. CARRANZA, M., MAY, G., COSCI, C. 2002. El concepto de función en los libros de textos universitarios *XV Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. (pp.131 - 136) Buenos Aires.
- MAY, GLADYS y OTROS. 2005. "*Análisis de las dificultades de aprendizaje del dominio de funciones de dos variables* " presentado Chivilcoy en el VII Simposio de Educación Matemática. Mayo del 2005.
- MAY, GLADYS y OTROS. 2009. "*Funciones de dos variables. Distintas representaciones del concepto de dominio. Análisis de respuestas de alumnos*" presentado en Tucumán en las XV Encuentro Nacional y VII Internacional, Jornadas de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería, EMCI. Septiembre 2009.
- KEMMIS y MCTAGGART. 1988. *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona. Ed. Alertes.
- VILLALOBOS, A. y FARFAN, R. 2001. *Identificación de obstáculos en la construcción de gráfica de funciones*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, vol. 14. Panamá.