

CB 14**¿SISTEMAS MIXTOS O INTERSECCIÓN DE FUNCIONES?: RELATOS DE UNA EXPERIENCIA DE CAPACITACIÓN****Lía VÁZQUEZ, Julia CORRALES****Fundación YPF - Universidad Nacional de la Patagonia Austral - Unidad Académica
Caleta Olivia****Macacha Güemes 515 - Piso 25. Buenos Aires - Ruta N° 3 - Acceso Norte - Caleta Olivia
- Sta. Cruz***lia_vqz@hotmail.com julia_corrales@hotmail.com***Palabras Clave:** Intersección de funciones, análisis didáctico, capacitación.**RESUMEN**

En la siguiente comunicación se procura dar cuenta del proceso de elaboración de dos actividades, por parte de un grupo de docentes que participan del Programa de Fortalecimiento de Escuelas Técnicas, en el área de Matemática en la zona norte de Santa Cruz, para introducir el tema “Intersección de Funciones”: las reflexiones realizadas durante la selección de la temática y de las actividades así como también, los debates suscitados en torno a las tareas elegidas, el tipo de cuestionamientos que se presentaron al interior del grupo y bajo qué supuestos se fue dando respuesta a éstos, la fundamentación de las decisiones tomadas; teniendo presente, durante todo este proceso, los elementos constitutivos de los nuevos conocimientos a los que se pretendía arribar con los alumnos, para poder así anticipar posibles procedimientos de resolución de éstos como también intervenciones docentes que permitieran alcanzar las conclusiones previstas para el cierre de las clases.

CONTEXTO DE LA CAPACITACIÓN

Este proyecto de enseñanza se desarrolló en la Escuela Industrial N° 1 “General Enrique Mosconi” de la localidad de Caleta Olivia, provincia de Santa Cruz en el marco de la capacitación en el área matemática del Programa de Fortalecimiento de Escuelas Técnicas “Una escuela hacia el futuro”, el cual es financiado y llevado adelante por la Fundación YPF en diferentes zonas del país. La propuesta vinculada al área de Matemática originariamente fue diseñada y coordinada por las Doctoras en Didáctica y Matemática; Patricia Sadovsky y Carmen Sessa, la coordinación del equipo de capacitación de la zona sur a cargo de la Profesora Julia Corrales y se viene desarrollando desde el año 2009 a la fecha.

Durante el primer año de trabajo en la capacitación se debatió acerca de las ideas que circulan sobre lo que para cada uno significa enseñar matemática, analizando los desafíos actuales a los que nos enfrentamos como docentes. El grupo sostuvo reuniones quincenales de 4 horas con asistencia del coordinador que acercaba propuestas vinculadas al estudio sobre la problemática del álgebra en el nivel polimodal con el objetivo de aportar elementos de análisis didáctico-matemático para debatir tareas que logren involucrar a sus alumnos en los desafíos del aprendizaje algebraico.

En el segundo año se convocó a los docentes a pensar en el diseño de una propuesta que fuera innovadora, estudiándola y pensándola colectivamente para ingresar con ella en el aula, con el objeto de pensar en el tipo de trabajo que estaría a cargo de los alumnos y cuáles a cargo del

docente que implementara el proyecto en su aula. La temática elegida por los docentes fue “Sistemas Mixtos”, para un 2^{do} año del nivel polimodal.

INTRODUCCIÓN

Después de un año de trabajo compartido y habiendo conformado un grupo de estudio y trabajo sólido y reflexionado sobre los haceres de los alumnos y cómo éstos se encuentran íntimamente relacionados a las propias prácticas docentes que se llevan adelante, se decidió elegir una temática y pensar algunas actividades que permitieran introducir a sus alumnos en un hacer matemático diferente y, a ellos mismos, en un hacer de su propia práctica, también diferente.

Esta puesta en marcha estuvo marcada por varias etapas que se relatarán en este trabajo. Las primeras dos fueron: decidir la temática y seleccionar las actividades, tareas que resultaron ser no tan sencillas como se había considerado al comenzar a pensar en la construcción colectiva de estas últimas. El principal motivo de esta complejidad se debió principalmente a que, desde el inicio de la capacitación se decidió mirar la dinámica de la clase de matemática de una manera distinta a la mirada tradicional que, hasta ese momento primaba en las prácticas áulicas de los docentes integrantes del grupo.

Cabe destacar que al momento de decidir llevar adelante esta tarea, el grupo ya llevaba aproximadamente un año de trabajo, realizando encuentros quincenales de 4 hs. cada uno, en los que se fueron desarrollando diferentes tipos de actividades: resolver situaciones de matemática, interpelar los diferentes sistemas de prácticas que cada uno realizaba para dar respuesta a esas situaciones, indagar sobre los objetos matemáticos que estábamos utilizando en ese tipo de actividades y de qué manera lo estábamos haciendo, leer material didáctico de apoyo que nos sirviera para vislumbrar algunas cuestiones referidas a la práctica docente y al hacer que esperamos de nuestros alumnos, y cómo éstas dos se encuentran íntimamente relacionadas en una dialéctica permanente.

Una vez seleccionados, el tema y las actividades, iniciamos el camino de las anticipaciones: anticipaciones de los procedimientos posibles de los alumnos, tanto los que arriban a la solución de la tarea como los que no, y anticipaciones de las intervenciones docentes que pudieran realizarse para hacer avanzar al grupo en post de la intencionalidad pretendida para cada clase y actividad. Luego de concluido este momento se llevaron las actividades al aula tomando registro escrito de cada una de las clases elaboradas como así también grabaciones de éstas y fotografías de algunas producciones realizadas por los alumnos, para así poder en un último momento mirar y reflexionar acerca de la propuesta construida por el grupo docente, sobre la base de lo sucedido en el aula.

DISCUSIONES EN EL COLECTIVO DOCENTE EN TORNO AL ARMADO DE LA PROPUESTA

Luego del primer año de trabajo con el grupo de docentes, se inició el diseño de una propuesta de enseñanza que era uno de los objetivos del proyecto de capacitación.

La elección del tema

En un primer momento, al tener que elegir la temática se decidió que debía ser Sistemas Mixtos ya que se encontraba a final del programa y entonces eso daba al grupo más tiempo para poder realizar esta tarea de construcción de una práctica colectiva. Entonces, la acción inicial desarrollada fue el armado de un “mapa conceptual” del contenido, para así poder decidir qué, de ese objeto, era lo que se quería enseñar así como también cuáles eran las diferentes formas o registros de representación desde las que se quería trabajar con los alumnos. Al tener que compartir los distintos mapas que aparecieron al interior del grupo, sucedió que nos encontramos que no referían al objeto matemático en sí, sino más bien al tipo

de desarrollo que los docentes querían llevar adelante, es decir, qué querían enseñar y bajo qué formas de representación.

Esto suscitó una gran discusión que derivó en una serie de interrogantes que fueron el puntapié inicial de lo que más adelante se transformaría en la propuesta de clase y que, además, sirvieron de criterio de selección de las actividades. Estos interrogantes se plantearon tanto acerca de la temática particular cómo así también, acerca del grupo en el cual se iba a llevar adelante la propuesta y se detallan a continuación:

- a) *¿Qué quiero que aprendan mis alumnos de este objeto?* A partir de dar respuesta a esta pregunta fue que se decidió al interior del grupo cambiar la temática. Ésta no debía ser sistemas mixtos sino intersección de funciones, ya que querían trabajar más sobre un registro gráfico y consideraban que los alumnos estarían en mejores condiciones de abordar los problemas desde este modo de representación.
- b) *¿Cuántas intersecciones posibles pueden haber como mínimo o como máximo, entre dos funciones?* Al estudiar sobre esta pregunta y ver la cantidad de situaciones posibles y, que no todas ellas se iban a poder presentar dentro del aula, en el proyecto que estábamos pensando, se decidió limitar el campo de las intersecciones a trabajar con los alumnos, a dos casos particulares:
 - la intersección entre una función cuadrática y una función lineal.
 - la intersección entre dos funciones cuadráticas.
 Cabe mencionar que las situaciones sobre las que se hace referencia en el presente trabajo atienden solamente al primer tipo de intersecciones.
- c) *¿Qué significa la intersección? ¿Cómo puedo dar cuenta de esa intersección en cada registro de representación?* A raíz de esto se decidió trabajar con los alumnos en 3 registros de representación: tabular, gráfico y algebraico; y cómo se puede “leer” esa intersección en cada uno de ellos.
- d) *¿Cómo hacer para que los alumnos lleguen a “encontrar” esa intersección a partir del trabajo de ellos sobre la situación? ¿Utilizando el registro gráfico o utilizando herramientas de resolución de sistemas es decir, reemplazando una ecuación en otra, sustituyendo, etc.? ¿Hasta dónde vamos a avanzar en la enseñanza del objeto?* En este sentido, se decidió que el objetivo era que los alumnos concluyan la cantidad de intersecciones posibles entre una función lineal y una función cuadrática. Además si se podían encontrar de alguna manera “rápida” dichas intersecciones. Esto último lo dejamos como posible porque habíamos decidido sólo trabajar con 2 actividades, en un total de 4 clases.

Luego de haber sorteado estos primeros momentos de incertidumbre frente a lo que se deseaba enseñar, comenzó un segundo momento de trabajo grupal que consistió en el determinar cuáles eran las actividades que considerábamos “mejores” para ingresar al aula y porqué. Con este fin, cada uno de los integrantes del grupo trajo a discusión una actividad y sobre ellas se trabajó de la siguiente manera:

- Se resolvieron.
- Se socializaron los diferentes procedimientos desarrollados por cada uno de nosotros atendiendo a los siguientes elementos de análisis: diferentes registros de representación que podían aparecer en cada actividad, qué herramientas matemáticas utilizaba cada uno, qué dudas surgieron de la lectura de la consigna de cada actividad, qué significado del objeto se estaba poniendo en uso en cada resolución.
- Se relacionaron estas distintas maneras de resolver las situaciones, intentando evidenciar los significados que cada uno puso en juego a la hora de enfrentarse con la actividad.

Para poder analizar las situaciones a partir de estos puntos se habían planteado las siguientes preguntas referidas a cada situación:

- * *¿La solución analítica de esa intersección responde al pedido de la actividad?*
¿Es posible resolver la situación desde otro lugar?

- * ¿Qué, de este objeto, se lograría enseñar con este problema?
- * La representación gráfica de la intersección ¿surge del problema? ¿Es necesaria? ¿Para dar respuesta a qué? Cabe destacar que el cambio de tema se debió en gran parte a que los docentes querían hacer hincapié en el método gráfico de resolución de sistemas de ecuaciones.
- * ¿Cómo haría yo, como docente, para lograr que surjan algunos significados del objeto que se desea enseñar con este problema?
- * ¿Cuáles son las diferentes formas de representación que quiero estudiar con este tema?
- * La actividad ¿Favorece el paso de una forma de representación a otra?
- * Por último, se pensaron algunas resoluciones posibles de los alumnos para cada actividad.

LAS ACTIVIDADES

Desde el aporte de la bibliografía trabajada, decidimos sostener fuertemente como soporte para mirar las actividades el siguiente párrafo: “Las prácticas que los alumnos desarrollen en la escuela estarán configuradas, entre otros elementos, por:

- Las elecciones que realice el docente respecto de los tipos de problemas, su secuenciación, sus modos de presentación.
- Las interacciones que se promuevan entre los alumnos y las situaciones que se les propongan.” (Napp, Novembre, Sadovsky, Sessa. 2005)

Sobre las bases del análisis realizado se efectuó la selección y una vez elegida la actividad se inició otro proceso, el de reformulación de ésta, pensando en lo que se deseaba lograr con los alumnos.

Actividad 1:

La primera actividad seleccionada tal cual figura en el libro¹ y como se presentó al grupo fue la siguiente:

Se obtuvieron los siguientes datos de los ingresos y costos de una empresa en función de los artículos que fabrica. Siendo los costos el dinero que debe invertir la empresa para iniciar la fabricación de los artículos y, los ingresos lo que obtiene de su venta.

Artículos	Costos	Ingresos
0	8	0
1	7	1/4
2	6	1
3	5	9/4

Los artículos estén expresados en miles y los costos e ingresos en miles de pesos. ¿Cuántos artículos deberá fabricar y vender la empresa para compensar los costos?

Una de las razones fundamentales por las que se eligió esta actividad fue la presentación de los datos. La discusión suscitada durante la selección de las situaciones priorizaba el trabajo en diferentes tipos de registros y los docentes dudaban que sus alumnos desplegaran el registro tabular como una estrategia de resolución, razón por la cual decidieron ellos elegir una actividad que lo tuviera como protagonista.

Al resolver la situación se notaron algunas debilidades en ésta, por lo que se le realizaron varios cambios intentando fortalecerla:

- Se cambió la variable numérica ya que no se consideraba que $9/4$ de miles de pesos fuera una cantidad que resultara real.
- Se cambiaron los valores de costos e ingresos debido a que la situación carecía de contexto real; es decir, en esta situación los costos están representados por una función lineal con pendiente negativa y los ingresos por una función cuadrática, lo cual no es posible, ya que los ingresos crecen de manera proporcional. Además los gastos no podrían ir disminuyendo por cómo está presentada la situación.
- Vinculado a lo anterior los docentes propusieron cambiar las expresiones que respondían al registro tabular original por otras, lo que generó la modificación de los valores de costos e ingresos representados en la tabla de la consigna.
- Se cambiaron los valores de cantidad de artículos fabricados dados en la tabla original para romper con el estándar tradicional de las tablas de valores (0, 1, 2, 3, etc.).
- Se cambió la pregunta para producir que en el intento de contestarla sea necesario encontrar los valores para los cuales las expresiones devuelven el mismo resultado.

Luego de estas modificaciones la actividad quedó de la siguiente manera:

Se obtuvieron los siguientes datos de los ingresos y costos de una empresa en función de los artículos que fabrica. Siendo los costos el dinero que debe invertir la empresa para iniciar la fabricación de los artículos y el mantenimiento del proceso productivo y los ingresos, lo que obtiene de su venta.

<i>Artículos</i>	<i>Costos</i>	<i>Ingresos</i>
0	100	0
2	104	50
8	164	200
10	200	250
12	244	300
15	325	375

¿Qué cantidad de artículos hay que fabricar para que los ingresos sean mayores que los costos?

Actividad 2:

En el caso de esta segunda actividad, pensamos en contemplar algunas variantes con respecto a la actividad 1. Que la presentación de la consigna contemple otro sistema de representación, para poder establecer relaciones entre los diferentes registros y así, empezó a tomar forma una consigna muy particular ya que fue una idea original de uno de los docentes integrantes del grupo.

Un integrante del grupo propuso como idea pensar en elaborar una situación en la que un objeto es arrojado con una trayectoria parabólica y un gavián se lanza con una trayectoria lineal para encontrarlo y devorarlo. La propuesta nos pareció interesante y decidimos estudiarla. Luego de resolverla, notamos que con las expresiones para las trayectorias que tenía la consigna, las intersecciones se producían para dos valores naturales.

Una de las razones fundamentales por las que se eligió finalmente esta actividad fue por la fortaleza de poder interpretar y articular las diferentes formas de representación: la consigna daba posibilidad de trabajar ya sea con el registro gráfico y/o con el registro tabular o numérico, y venía dada en un registro algebraico –se daba la forma de las expresiones algebraicas que definían las trayectorias-.

Los cambios que se les hicieron fueron pocos pero significativos: se vio la necesidad de cambiar la forma de estas expresiones para que las intersecciones de ambas trayectorias no se dieran en valores enteros, sino en algún valor real; esto pensado para correr a los alumnos del procedimiento de ensayo y error, el cual era uno de los principales que según las anticipaciones del grupo de docentes, los alumnos dispondrían para resolver.

Al trabajar con los docentes sobre la modificación de las expresiones sucedió algo muy interesante –según los propios dichos de los docentes- al principio sólo se colocaron valores al azar a los coeficientes de la expresión de las trayectorias, y al ver lo que sucedía con ese cambio de valores (que no era lo que ellos esperaban) entonces se comenzó a tomar decisiones acerca de qué valores debíamos colocar en función de dónde pretendíamos que se den las intersecciones. Finalmente la actividad 2 quedó redactada de la siguiente manera:

Una gaviota se encuentra en el extremo superior del mástil de un barco pesquero. Desde allí observa un marinero lanzando un pez desde la cubierta del barco. Si la siguiente expresión $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 2$ representa la trayectoria del pez, y la gaviota engeguada por el hambre se lanza en búsqueda de éste, con una trayectoria dada por la expresión: $y = -x + 12$ ¿Cuántas oportunidades de atrapar a su presa posee la gaviota? Justifica.

ANTICIPACIONES REALIZADAS POR EL GRUPO PRODUCTOR

Las anticipaciones realizadas se pueden agrupar de la siguiente manera:

- Posibles resoluciones de los alumnos
- Dificultades que consideramos se pueden presentar con la actividad
- Intervenciones Docentes acordadas por el grupo. Estas últimas están íntimamente ligadas a las dos anteriores, ya que en ella pensamos algunas preguntas para realizar dependiendo de si apareciera una u otra resolución o dificultad de los alumnos.

Se detallan a continuación estos tres ejes por cada actividad.

Actividad 1:

Resoluciones posibles:

- Que los alumnos contesten levantando la información que se presenta en la tabla, sólo considerando esos valores. (8, 10, 12 y 15)
- Que los alumnos grafiquen los puntos en un sistema de ejes cartesianos y contesten a partir de utilizar un registro gráfico. Esta anticipación se fundamenta en que para el grupo de docentes era muy probable que sus alumnos al ver una tabla de valores intentaran graficar emulando procedimientos comunes realizados con anterioridad.
- Que los alumnos intenten completar la tabla con más valores y lleguen a atrapar las relaciones subyacentes entre los datos. Al interior del grupo de profes se consideraba muy difícil que sucediera esto último.

Estas anticipaciones nos llevaron a pensar las dificultades posibles así como también, a acordar las intervenciones a realizar por el docente que iba a gestionar las actividades:

Dificultades:

- La presentación de los datos en una tabla de valores de tres columnas podía resultar muy confuso para los alumnos. Los docentes manifestaron no presentar habitualmente este tipo de tablas.
- La representación en los ejes cartesianos. Los alumnos pueden tener dificultades en determinar que variables se representan en cada eje cartesiano.
- Representación de los puntos en el plano cartesiano.
- Identificar que no existe una solución única al problema.

Intervenciones Acordadas:

- En caso que los alumnos contestaran de la tabla: preguntar si esos son todos los valores que hacen que los ingresos resulten mayores. Otra intervención posible en este caso es preguntar sobre valores particulares que no estén en la tabla (que pueden decir de esos valores, por ejemplo, 3 ó 9, por supuesto no el 5 ni el 20 que son los valores para los cuales se da la igualdad). Esto pensado para obligarlos a buscar la regularidad en la tabla, a ver una relación entre las variables.
- En caso que contesten levantando desde el gráfico, los alumnos pueden decir a partir del 5, o más de 5. Entonces el docente debería preguntar “¿Es 5,5 un valor posible? ¿A partir de 5, para todos los valores mayores se cumple la condición? ¿Qué pasa si fabrico mil artículos o un millón de artículos?” Estas intervenciones están pensadas también para ver si pueden validar desde otro lado, ya que el gráfico de la situación, a partir de los valores dados en la tabla no alcanzaba para fundamentar e incluso los podía llevar a conclusiones equívocas. En caso de que ningún alumno haga la gráfica se acordó preguntarles si se puede hacer una representación gráfica de costos e ingresos.
- Pensamos que pedirles que validen cuáles son todos los valores que verifican lo solicitado, obliga a los alumnos a ponerse en situación de buscar la regularidad y generalizar. En ese caso las fórmulas a las que deberían llegar serían $y=25x$; e $y=x^2+100$. Acá debería quedar claro cuál es la fórmula que representa cada relación.
- ¿Serán 5 y 20 los únicos valores para los que estas expresiones toman el mismo valor? ¿Qué te lo asegura? Esto está pensado para ver la potencialidad de la escritura algebraica. Es el único registro que me garantiza que esas gráficas o esas expresiones se van a seguir comportando de la misma manera.
- Realizar un análisis de las soluciones encontradas por intervalos, del cual podríamos concluir lo siguiente:
 - Si $0 \leq x < 5$ entonces $25x < x^2 + 100$
 - Si $x = 5$ ó $x = 20$ entonces $25x = x^2 + 100$
 - Si $5 < x < 20$ entonces $25x > x^2 + 100$
 - Si $x > 20$ entonces $25x < x^2 + 100$

Se piensa en armar esto en conjunto con los alumnos por si pueden llegar a presentar alguna dificultad en la escritura simbólica. Se puede pensar en escribirlo con palabras primero y después poner la simbolización.

Esto era todo lo pretendido para trabajar con esta primera actividad en particular.

Actividad 2:**Resoluciones posibles:**

- Que los alumnos representen gráficamente y desde allí den las soluciones. Esto porque los docentes creían que al ver las expresiones algebraicas escritas los alumnos trabajarían directamente con las gráficas de éstas.
- Que los alumnos realicen tablas de valores y a partir de allí justifiquen comparando los valores. Apoyándose en el registro tabular de la actividad anterior
- En cualquiera de los dos casos explicados, pueden contestar que las intersecciones se darán entre 2 y 3 y entre 7 y 8, o pueden intentar aproximar más el resultado.

Ante esto también se pensaron dificultades e intervenciones docentes:

Dentro de las dificultades figuran además de las que tienen que ver con los sistemas de ejes coordenados mencionadas anteriormente, que intenten graficar las funciones desde la información que brinda la expresión y no con una tabla de valores.

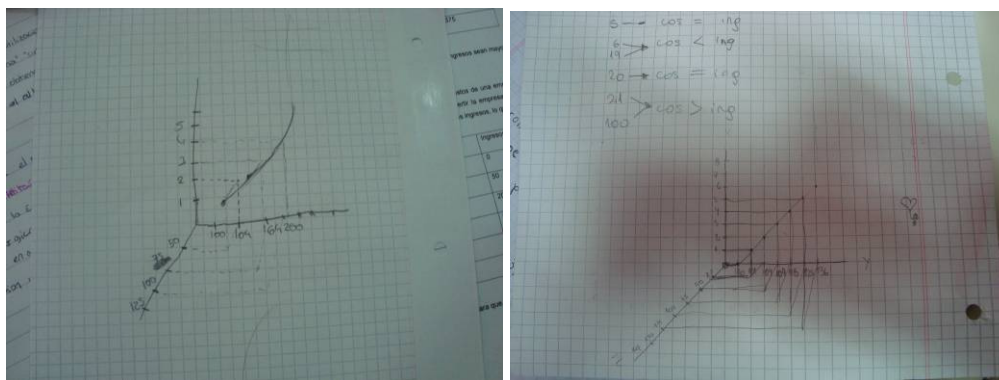
Las intervenciones acordadas atienden en su mayoría a relacionar las diferentes formas de representación de la situación a partir de la socialización de las distintas producciones. Se ensayan algunas preguntas en relación a como solicitar un registro u otro.

ANÁLISIS DE LO ANTICIPADO A PARTIR DE LO SUCEDIDO EN EL AULA Y ALGUNAS REFLEXIONES

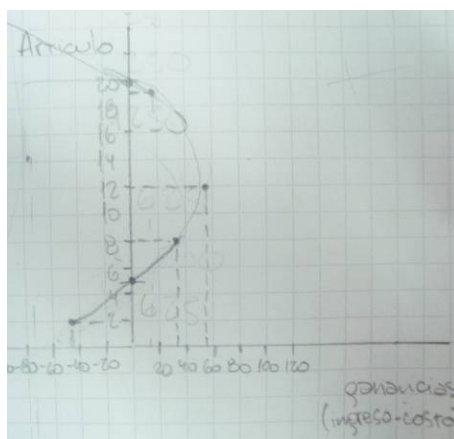
La certeza desde el inicio del planteo de las situaciones que tenían los docentes acerca de la disponibilidad del uso del registro gráfico por parte de sus alumnos (fundamentando que ese registro se encuentra muy utilizado debido a la modalidad de la escuela) condicionó las anticipaciones sobre otras formas posibles de los alumnos de abordar las tareas.

Lo sucedido en el trabajo con el registro gráfico

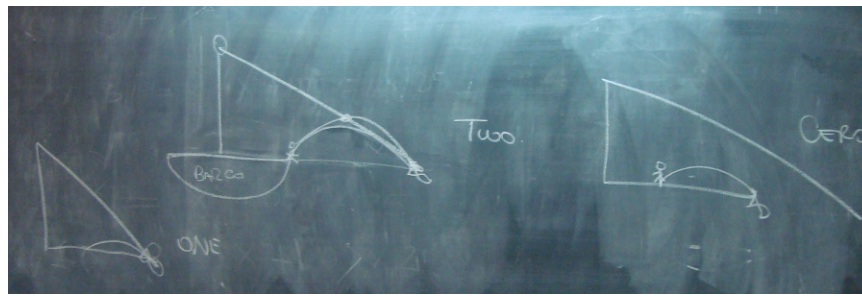
En la primera actividad, muy pocos fueron los alumnos que recurrieron los gráficos pero los que sí lo hicieron, lo hicieron realizando gráficos tridimensionales. Consideramos que una razón para que esto sucediera pudo haber sido las 3 columnas de la tabla de la consigna:



Otro tipo de gráfico que surgió, a partir de lo solicitado en la clase por el profesor fue el que representaba la ganancia (los ingresos menos los costos) en función de los artículos vendidos:

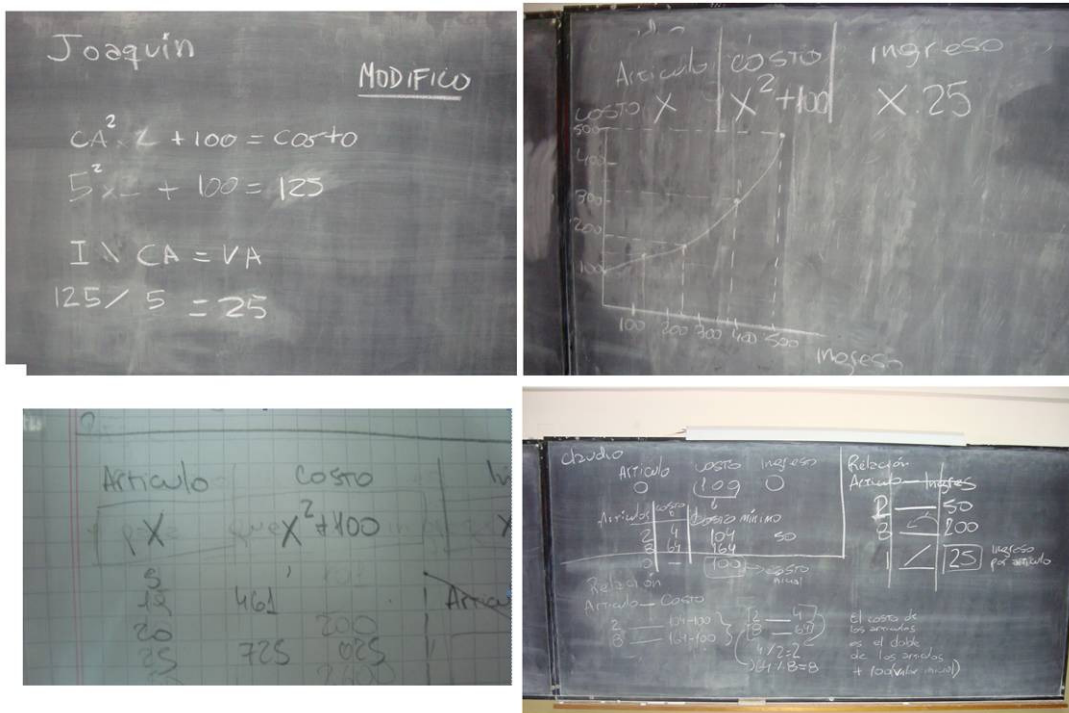


En la segunda actividad los alumnos utilizaron el gráfico no como resolutor de esta actividad sino más bien como un modo de generalizar las respuestas posibles. Es decir, los alumnos realizaron unos gráficos generales, que daban respuesta a cualquier situación de este tipo de problemas.



Lo sucedido en el trabajo con el registro algebraico

Frente a la Actividad 1 los alumnos lograron identificar rápidamente el tipo de relaciones que se establecía entre los datos, expresar esas relaciones algebraicamente y completar la tabla para poder determinar si esos valores eran o no los únicos para los que costos e ingresos eran iguales. Esta producción del grupo de alumnos llamó mucho la atención de los docentes ya que además de ser la menos esperada fue a la que más recurrieron los alumnos y en la que se basaron para poder escribir las soluciones por intervalos, tal como se pretendía desde la propuesta.



Frente a la Actividad 2, se suscitó una dificultad no anticipada en relación a la escritura algebraica que contenía la consigna: Los alumnos no asociaban las expresiones con las trayectorias, por lo cual el profesor tuvo que intervenir para que pudieran apropiarse de la información que brindaban las expresiones simbólicas.

Otra producción no esperada por los docentes fue el identificar en esa actividad la posibilidad de resolverla a partir de una herramienta conocida pero utilizada en otros tipos de actividades. Esto es, proponer un método de resolución que se asociaba a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales para resolver esta situación. Y que, a partir de la producción de este grupo de alumnos se generaron nuevos interrogantes que enriquecieron la discusión dentro de la clase, aportando a otros niveles de argumentación y generalización a la hora de decidir si dos funciones, del tipo de las estudiadas, se intersecan o no.

$$y = y$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 4x + 2 = -x + 12$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 4x + x = 12 - 2$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 5x = 10$$

$$-1x^2 + 5x - 10 = 0$$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ A & B & C \end{matrix}$

APRECIACIONES DEL DOCENTE QUE LLEVÓ ADELANTE LA PROPUESTA

“En un primer momento, al presentar la primera actividad, tenía muchas expectativas en cuanto a la forma que abordarían los alumnos la situación presentada.”

“Luego que aparecieron las primeras respuestas a la consigna inicial y hacer mi primera intervención observe y percibí mayor interés en la mayoría de los alumnos, me agradó la forma en que ellos hacían hipótesis y suposiciones buscando estos valores.”

“Fue muy grato el momento en que uno de los grupos presento la respuesta por intervalos, que era algo que nosotros nos habíamos propuesto, tuve la sensación de que el trabajo obtenía sus primeros frutos.”

“Nos sorprendimos mucho al ver que los alumnos no intentaron representar la situación gráficamente y al intentar guiarlos para que lo hicieran resultaron representaciones que no imaginamos, notamos que para los chicos las representaciones gráficas no eran algo tan natural como suponíamos.”

“Los chicos cuestionaban que no sabían el “título” del tema, y entonces no sabían con qué resolver. Creo que esto se debe a la forma tradicional de trabajo que tenemos la mayoría de los docentes, presentar el tema, desarrollarlo con diferentes estrategias, y plantear situaciones donde aplicarlo (ejercicios de aplicación).”

“Llegaron a conclusiones interesantes al plantear la igualdad de las expresiones y observar qué ocurría con el discriminante de la ecuación cuadrática resultante cuando tenían dos, una y ninguna oportunidad la gaviota de atrapar el pez, situaciones que ellos ya habían planteado en forma esquemática y que yo les pedí que retomaran ahora con la igualdad de las expresiones.”

“Creo que esta forma de trabajo es muy productiva en cuanto tenga continuidad en el trayecto de los alumnos en matemática, plantear problemas sin “título” y construir el conocimiento debería ser algo a lo que estén acostumbrados para luego aplicarlo en otras situaciones.”

REFLEXIÓN FINAL

Resulta interesante destacar como todo este proceso de elaboración colectiva de actividades e ingreso al aula enriqueció tanto al equipo de capacitación como a los grupos docentes.

Desde este dispositivo de la capacitación, cada integrante del equipo debió interpelar su gestión al interior de los grupos que coordinaba, tomando decisiones acerca de cuáles eran las herramientas didáctico-matemáticas más pertinentes para fortalecer las discusiones y los análisis que surgían de la construcción colectiva de estas prácticas, su implementación y la posterior revisión de lo sucedido en el aula.

A los docentes, les aportó:

- el reconocer otros haceres aparte de los propios.
- el establecer algunos criterios para decidir si una actividad es robusta o no y que esto se determina a partir de tener claro qué se pretende enseñar del objeto.
- el anticipar las posibles resoluciones de los alumnos los posiciona de mejor manera a la hora de realizar las intervenciones a partir de lo que suceda en la dinámica de la clase.

BIBLIOGRAFÍA

- Cuadernillo Matemática, Programa FET. Disponible en Internet: http://www.fundacionypf.org.ar/archivos/Cuadernillo_MAT_final.pdf.
- NAPP, C., NOVENBRE, A., SADOVSKY, P., SESSA, C. 2005. *Apoyo a los alumnos de primer año en los inicios del nivel medio: Estudiar Matemática*. Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Buenos Aires.
- PANIZZA, M., SAVOSKY, P., SESSA, C. 1999. *La ecuación lineal con dos variables: entre la unicidad y el infinito. Enseñanza de las ciencias*. 17 (3). 453-461.
- SADOVSKY, P. 2005. *Enseñar Matemática Hoy*. Libros del Zorzal. Buenos Aires.
- SESSA, C. 2005. *Iniciación al Estudio Didáctico del Álgebra*. Libros del Zorzal. Buenos Aires.

ⁱ Matemática 2. (2000) (Buenos Aires. Editorial Santillana)