

CB 34**APRENDIENDO MATEMÁTICA CON TECNOLOGÍA****Nilda ETCHEVERRY, Marisa REID****Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UNLPam**
Uruguay 151 - Santa Rosa - La Pampa - Argentina
*mareid@exactas.unlpam.edu.ar***Palabras Clave:** geometría, tecnología, conceptualización, investigación.**RESUMEN**

Las propuestas recientes del currículum matemático sugieren que los estudiantes utilicen herramientas computacionales en sus experiencias de aprendizaje. En los últimos años, se han desarrollado diversas experiencias que muestran que la tecnología por sí sola no basta para producir cambios. Se requiere implementar modelos de intervención pedagógica que permitan a los docentes utilizar adecuadamente estas tecnologías con el fin de favorecer distintos aprendizajes.

La propuesta incluye el diseño e implementación de actividades para crear ambientes de aprendizajes interactivos y dinámicos, además de un proceso de formación y acompañamiento permanente a los docentes en el tiempo que duró la experiencia.

La experiencia se llevó a cabo con estudiantes de primer año de la escuela secundaria “9 de Julio” de la ciudad de Santa Rosa, La Pampa.

INTRODUCCIÓN

Las tendencias actuales en la enseñanza de la matemática han destacado la importancia de incorporar la tecnología en el aula con la intención de apoyar la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina.

Creímos necesario estudiar en profundidad y rigurosidad el tipo de habilidades que desarrollan los estudiantes que están expuestos al uso de tecnología y sistematizar un modelo pedagógico con tecnología que promueva un ambiente de aprendizaje enriquecido y eficaz. En este contexto, se realizó el Taller “La presencia de las TIC en el aula de Matemática” con el propósito de implementar un modelo de integración curricular, con énfasis en el desarrollo y potenciación de habilidades que deben adquirir los alumnos a través del uso de tecnología. La experiencia se llevó a cabo con estudiantes de primer año de la escuela secundaria “9 de Julio” de la ciudad de Santa Rosa, La Pampa.

En este artículo se resume el marco conceptual que orientó el estudio, el cual evidencia que se hace necesario sistematizar un modelo pedagógico con tecnología que promueva un ambiente de aprendizaje eficaz y propiciar ambientes realistas y enriquecidos que faciliten las interacciones de grupo, que potencien el desarrollo del pensamiento estratégico, el desarrollo metacognitivo y el descubrimiento y representación de problemas.

La metodología de intervención e investigación empleada, apunta a implementar un Modelo de Integración Curricular en estudiantes de primer año de la escuela secundaria con énfasis en el desarrollo y potenciación de competencias a adquirir por los alumnos a través del uso de tecnología en el espacio curricular de Matemática.

Por último, se da cuenta de los resultados de la implementación que evidencian avances en el aprendizaje significativo de los alumnos en un ambiente enriquecido con tecnología y desarrollar otras habilidades que no son triviales de lograr en otros ambientes.

MARCO CONCEPTUAL

Los avances tecnológicos han provocado un interés en su utilización como una herramienta de instrucción para mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Mundialmente, los estudios se han focalizado en el diseño de herramientas instruccionales educativas que potencien el desarrollo de habilidades y competencias en los estudiantes, pero que a su vez permitan el surgimiento de otras experiencias y dinámicas de trabajo dentro del aula.

Las iniciativas impulsadas por numerosos investigadores han apuntado, en general, al mejoramiento de los aprendizajes de los alumnos, a la adquisición de habilidades relacionadas con la tecnología y a la reducción de la brecha digital

Sin embargo, aún se hace necesario estudiar con mayor detalle el tipo de habilidades que desarrollan los alumnos. En este sentido, el aprendizaje colaborativo es una estrategia que ha generado beneficios en los estudiantes. Cuando los estudiantes tienen la oportunidad de trabajar juntos aprenden a dar y recibir ayuda, comparten ideas y escuchan las de otros, negocian diferencias y construyen nuevos conocimientos. El resultado es que los estudiantes alcanzan metas superiores de conocimiento y están más motivados que cuando trabajan solos (Gillies, 2006).

En tanto, el profesor actúa como mediador, facilitador y guía del aprendizaje, ayuda a los alumnos a construir conocimiento, planifica a partir de la consideración de las características de los estudiantes, propone actividades, proporciona instrumentos, orienta, motiva y evalúa con los estudiantes.

La actual generación de estudiantes vive la tecnología como parte de su entorno habitual. Por tanto, para satisfacer sus necesidades, la tecnología debe estar siempre disponible (Prensky, 2009).

Muchos problemas requieren usar y manipular modelos, donde las TIC, además de generar estos modelos, permiten la visualización y utilización de diagramas dinámicos, donde los estudiantes visualicen, manipulen y entiendan, junto con motivarlos a realizar conjeturas en forma intuitiva y posteriormente verificar estas conjeturas (Baugh & Raymond, 2003).

Según Santos (2008), las herramientas computacionales en la resolución de problemas, facilita la implementación de las estrategias, además de potenciar o extender el repertorio de las heurísticas, influyendo en la conceptualización y forma de interactuar con los problemas, incidiendo en una teoría que explique las competencias de los estudiantes, haciéndose necesario una actualización de los marcos conceptuales desarrollados a partir de estudios, en los cuales los alumnos resolvían los problemas usando lápiz y papel.

Una dificultad que surge al incorporar herramientas tecnológicas en la educación matemática, tiene que ver con el cambio necesario en el rol pedagógico del profesor, ya que su utilización implica un cambio en la estrategia de enseñanza. Ya no es útil un esquema expositivo y lineal. Se requiere diseñar y experimentar estrategias para facilitar la interacción del alumno con los conceptos matemáticos que se desean enseñar, para que surjan actividades como experimentar, conjeturar, generalizar, poner a prueba hipótesis, deducir y reflexionar sobre la tarea, las cuáles no siempre ocurren en una situación de clases expositiva tradicional (Pifarré, 2004; Santos, 2008).

En este contexto, el uso de la tecnología influye directamente en la conceptualización y forma de interactuar con los problemas y como consecuencia incide en el desarrollo de una teoría que explique las competencias de los estudiantes.

Moreno Armella y Santos Trigo (2008) establecen que el uso de herramientas digitales ha permitido la introducción y consideración de aspectos cognitivos matemáticos nuevos en el

desarrollo de las competencias de los estudiantes y, como consecuencia, ofrecen un potencial para repensar y estructurar nuevas agendas de investigación.

En este sentido, un ambiente que haga uso efectivo de las tecnologías, presenta un escenario propicio para explorar el potencial en el desarrollo de estas habilidades por parte de los estudiantes.

METODOLOGÍA

Objetivos

El propósito general de esta experiencia fue el implementar un Modelo de Integración Curricular en estudiantes de primer año con énfasis en el desarrollo y potenciación de habilidades a adquirir a través del uso de tecnología.

Para lograr este objetivo, además de tecnología adecuada, es necesario diseñar actividades apropiadas y conocer de qué manera la presencia de la tecnología incide en distintos aspectos que intervienen en el proceso de aprendizaje.

La metodología propuesta, respondió a la necesidad de generar un modelo pedagógico con tecnología que permitiera:

- Promover un ambiente de aprendizaje eficaz.
- Propiciar la contrastación de ideas y la colaboración constructiva entre los alumnos y el profesor
- Integrar prácticas pedagógicas que demanden altos niveles de razonamiento y de resolución de problemas.
- La evaluación de los saberes.

Todos los elementos anteriormente descritos, conducen a un modelo pedagógico, que es la propuesta con la que se interviene en el aula, y que sirve para desarrollar las habilidades a adquirir por los alumnos.

Los participantes en el estudio

La experiencia se implementó durante el segundo semestre del año escolar 2011 y abarcó un período de tiempo de dos meses. Los participantes en el estudio fueron 50 estudiantes (13-15 años) de tres divisiones distintas y 3 profesores de Matemática del colegio secundario “9 de julio”, de la ciudad de Santa Rosa, provincia de La Pampa.

Para situarnos en el contexto podemos mencionar que el colegio, está ubicado en el ámbito urbano de la ciudad, en una zona céntrica. Cuenta con una sala de computación equipada con 15 computadoras conectadas en red.

Las autoras de este trabajo se encargaron del diseño de las actividades que se usaron en las clases de Matemática apoyadas con tecnología. También capacitaron a los profesores que participaron de la experiencia y discutieron con ellos las implicaciones didácticas y pedagógicas de la propuesta. Se consideró también necesaria la asistencia a las clases con el propósito de intercambiar impresiones con los profesores participantes y observar el trabajo de los alumnos usando la tecnología.

Software

En cada grupo:

- Se presentó el Software GeoGebra¹
- Se plantearon dos tipos de actividades:

Guiadas, en las que se explica paso a paso las construcciones a realizar, con el objetivo de introducir el uso de una nueva herramienta de GeoGebra.

Propuestas encaminadas a afianzar el uso de herramientas, en las cuales no se dan las indicaciones del funcionamiento del software.

¹ Software gratuito disponible en el sitio oficial de GeoGebra www.geogebra.org/cms/es.

Para explorar el programa los alumnos después de haber realizado una construcción, movieron ciertos elementos arrastrándolos libremente y observaron cómo otros elementos respondían dinámicamente al alterarse las condiciones previas.

Al realizar esta práctica con el GeoGebra, se tuvo en cuenta el requerimiento de cierta formación técnica del programa antes de empezar a trabajar en los problemas.

Para implementar el modelo propuesto, se organizaron grupos de dos estudiantes y cada uno de ellos utilizó una computadora. Los docentes trabajaron en computadoras portátiles, la sala estaba equipada con proyector que fue utilizado como recurso para llevar a cabo la propuesta.

Para apoyar todos los procesos formativos y de implementación en el aula, se utilizaron recursos digitales e impresos, diseñados especialmente para tal efecto.

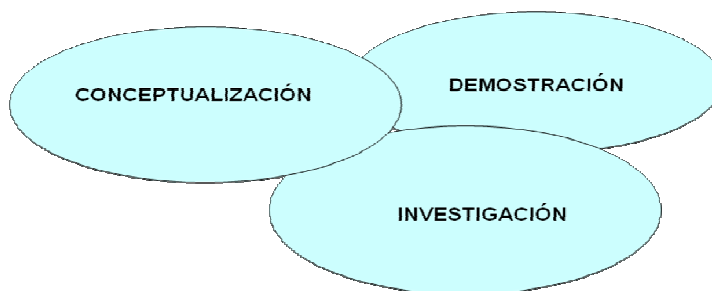
Algunas de las actividades desarrolladas

Focalizamos la mirada en la enseñanza de la Geometría y trabajamos en base a las consideraciones y actividades propuestas por García Peña, S. y López Escudero (2008), realizando tareas de distintos tipos.

La actualización disciplinar, el aprender a emplear programas educativos, la incorporación significativa de las TIC en el aula, la reflexión y análisis sobre las propias prácticas, son algunas de las acciones que como docentes no podemos dejar de lado.

En este trabajo la integración curricular de TIC, se entiende como las estrategias a través de las cuales el currículum escolar se articula de manera concreta con los recursos tecnológicos disponibles en el espacio curricular propuesto y se trabajó a partir de las Tareas en la Enseñanza de la Geometría resumidas en el siguiente diagrama:

Tipos de Tareas



Las tareas de conceptualización se refieren a la construcción de conceptos y de relaciones geométricas. No se trata de definir objetos geométricos y conocer algunos ejemplos prototípicos sino de razonar articulando la información proveniente de muchas experiencias de diferente naturaleza, todas encaminadas a ampliar la imagen conceptual para ponerla en consonancia con la definición formal.

Las actividades o tareas de investigación son aquéllas en las que el alumno indaga acerca de las características, propiedades y relaciones entre objetos geométricos con el propósito de dotarlas de significados a partir del establecimiento y justificación de conjeturas. Probablemente es en este tipo de tareas donde se aprecia de mejor manera el enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la Geometría.

La complejidad de la educación geométrica a diferencia de la educación numérica, radica en la dialéctica entre la conceptualización y la visualización

Dado que en Geometría el concepto está muy ligado a la imagen conceptual conviene enriquecer lo más que se pueda esta última.

Las siguientes actividades propuestas requieren de tareas como la conceptualización y la Investigación, cuyos elementos favorecen el desarrollo del razonamiento a través de la geometría.

Los alumnos han trabajado con anterioridad el concepto de triángulo isósceles, pero no su trazo; se les pide entonces:

Dibuja un triángulo isósceles que permanezca triángulo isósceles aun cuando arrastres uno de los vértices.

Un grupo de alumnos dibujó un cuadrado utilizando la herramienta polígono regular que brinda el software y trazó sobre él un triángulo, como se muestra en la siguiente figura 1.

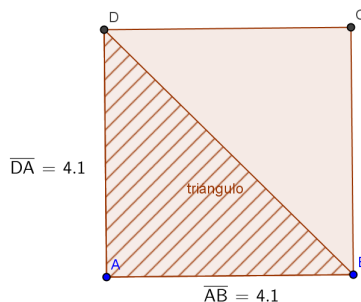


Figura 1

Otro grupo de alumnos, a partir de un segmento AB trazaron dos circunferencias. Una con centro en A que pasa por B y otra con centro en B que pasa por A . Y luego unieron A y B con el punto E que es el punto de intersección de las dos circunferencias (Figura 2)

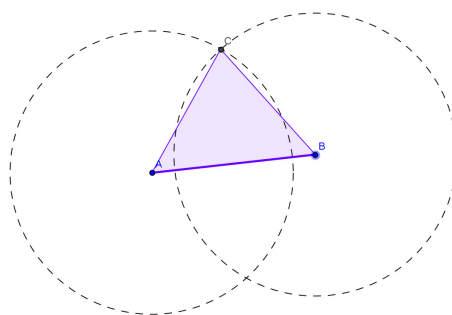


Figura 2

En otra de las construcciones que presentaron, luego de haber trazado el segmento AB dibujaron la mediatriz utilizando la herramienta correspondiente y considerando un punto cualquiera C sobre ella pudieron obtener el triángulo isósceles solicitado.

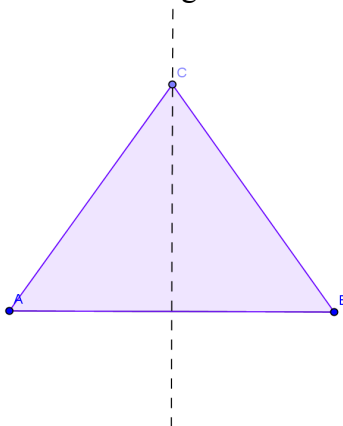
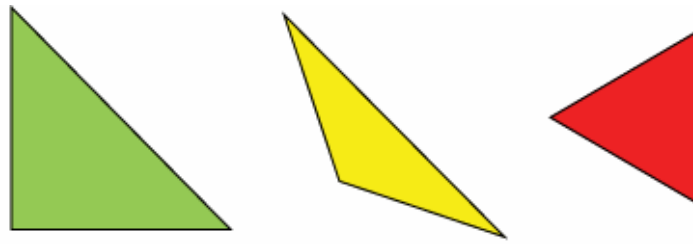


Figura 3

Este recurso permite en los distintos procedimientos observar las tareas de los alumnos al poner en juego las relaciones y los conceptos geométricos para dar su respuesta.

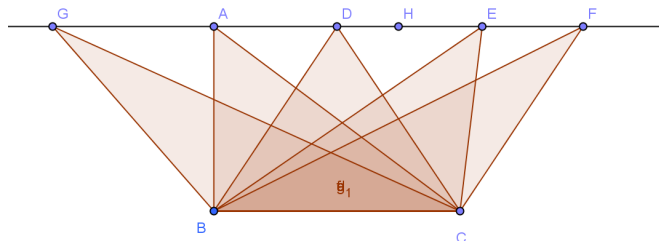
Socializadas las construcciones anteriores, el profesor preguntó:

De los triángulos que aparecen, ¿cuáles crees que son isósceles? ¿Cómo lo verificas?



Las respuestas fueron certeras en esta oportunidad y creemos que no puede ser de otra manera si había quedado claro el punto anterior.

Una actividad que permite una conceptualización del concepto de altura es trabajando en el GeoGebra una presentación dinámica del triángulo y a partir de él, cambiando sólo el vértice superior, se encuentren otros triángulos con la misma base y la misma medida de la altura.



Es importante mencionar que las tareas de conceptualización y de investigación no necesariamente se dan por separado.

Para las actividades anteriores no hubo problema en que todos empezaran a trabajar e incluso varios de los alumnos conjeturaron sin ayuda. En cambio cuando se presentó el siguiente problema:

Los puntos A y B representan dos escuelas. Se va a construir una biblioteca y se desea que esté a la misma distancia de las dos escuelas. Marca con puntos cinco lugares diferentes donde se tendría que construir la biblioteca.



Como no aparecía ninguna estrategia, para hacer avanzar el trabajo de los alumnos se hicieron varias intervenciones:

Dibujar una circunferencia con centro en A. Los puntos de esa circunferencia ¿qué representan en términos del problema?

Y si trazo la misma circunferencia con centro en B, los puntos de esa circunferencia ¿qué representan en términos del problema?

Y entonces ¿Los puntos de cortes de las circunferencias que representan?

Luego de realizar una construcción como la mostrada en la Figura 4.

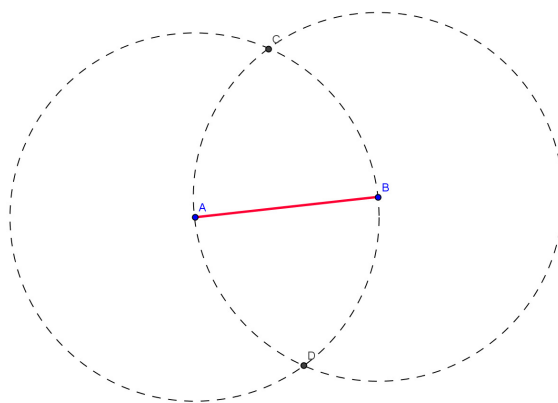


Figura 4

Un alumno responde: *ah, sí encontré dos.*

El docente plantea pensar en qué otros puntos se podían encontrar y cómo.

No sólo es importante enriquecer la imagen conceptual al variar las posibilidades de representación sino también ampliar el concepto mismo.

La respuesta dada por un grupo de alumnos fue:

Al segmento AB (Figura 5) se le traza la mediatriz y se elige cualquier punto sobre ella y se mide la distancia entre ella y cada uno de los extremos del segmento y se nota que ese punto está a la misma distancia de ellos.

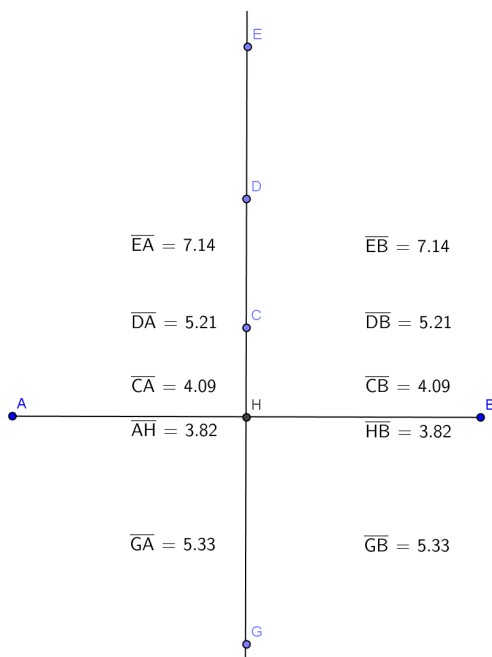


Figura 5

En esta tarea de investigación el contenido matemático que está en juego es una de las definiciones de la mediatriz: el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de los extremos de un segmento, es decir, se trata, al mismo tiempo, de una tarea de investigación que tiende a formar un concepto en los alumnos; luego se puede trabajar la definición de ese concepto. Es decir, podemos plantear a los alumnos problemas para practicar un conocimiento o problemas para construir un conocimiento, estos últimos son los que entran dentro de las tareas de investigación.

La siguiente situación planteada fue:

Bruno y Alicia van a la misma escuela. Bruno vive a 17 km de la escuela y Alicia a 8 km. ¿A qué distancia viven entre ellos?

Los alumnos comenzaron a trabajar y la primera respuesta que apareció fue 25km (Figura 6).

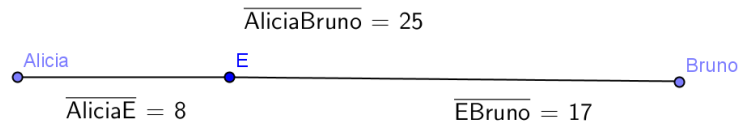
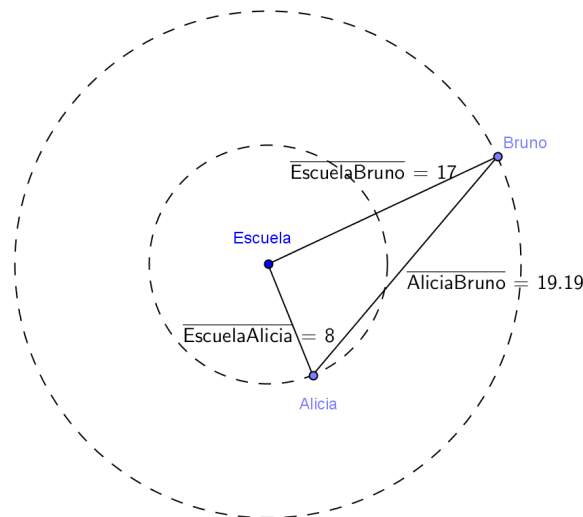
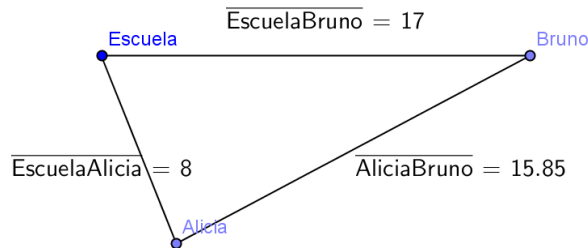
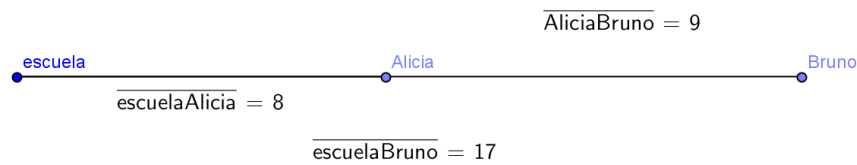


Figura 6

Entonces el docente les indica por medio del cañón de proyección otras alternativas de ubicación de Bruno y Alicia con respecto a la escuela, como se muestra en los siguientes gráficos.



Este tipo de actividades exigen entender la pregunta, no incluyen una estrategia conocida por el alumno, pueden tener una o más soluciones y las vías para llegar a ellas pueden ser variadas. Corresponden a una competencia de mayor complejidad. La finalidad de las mismas, es ahondar en los conocimientos y experiencias que se poseen, para rescatar aquellos que son útiles para llegar a la solución esperada.

Por último, las actividades de demostración tienden a desarrollar en los alumnos la capacidad para elaborar conjeturas o procedimientos de resolución de un problema que después tendrán que explicar, probar o demostrar a partir de argumentos que puedan convencer a otros de su veracidad.

En el ámbito escolar, según Nicolás Balacheff, se pueden considerar tres tipos de demostraciones:

- la explicación
- la prueba
- la demostración propiamente dicha.

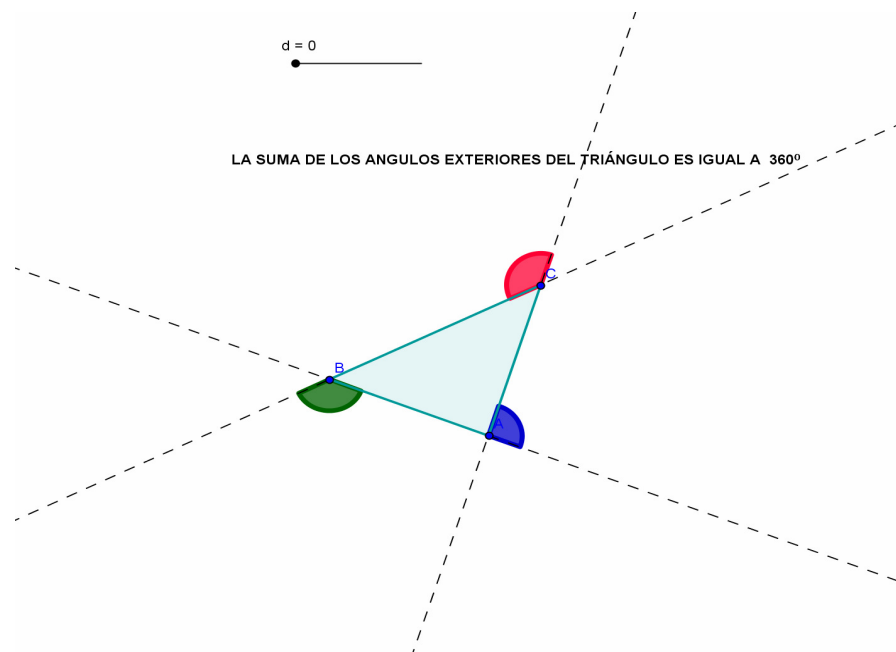
Estas tareas pueden ser de diferente tipo, según la edad de los alumnos y los objetivos que persiga el docente.

Generalmente, cuando se trabajan las *demostraciones* en el aula escolar lo que realmente se hace es probar que ciertos enunciados son verdaderos; no se consideran demostraciones rigurosas porque no forman parte de un sistema axiomático que parte de definiciones y axiomas sino que corresponden a *pruebas* aisladas de ciertos enunciados.

El profesor exhibió una prueba de la propiedad:

La suma de los ángulos exteriores de un triángulo es igual a 360°

Esta comprobación, sin seguir los pasos rigurosos de una demostración matemática, satisface las necesidades de los alumnos.



Evidentemente, las propuestas de trabajo que se realizan en el aula no siempre pueden enmarcarse en una de estas categorías. Es probable que una tarea que inicialmente apuntaría a que el alumno investigara un determinado tema, más adelante se convierta en una tarea de justificación. Pero consideramos que esta categorización nos puede permitir organizar el tipo de trabajo que pretendemos realizar en nuestras clases de Geometría.

CONCLUSIONES

En cuanto al desempeño de los estudiantes, se evidenciaron avances significativos. Esto muestra que los estudiantes pueden aprender en un ambiente enriquecido con tecnología y, además, desarrollan otras habilidades que no son triviales de lograr en otros ambientes.

En un período tan corto de tiempo de implementación en aula del proyecto (dos meses durante el primer semestre del año escolar 2011), y con un número escaso de intervenciones, los estudiantes igualmente evidencian desarrollo de habilidades que se alinean con las de pensamiento superior, lo que se puede explicar de alguna manera por el trabajo de la determinación y búsqueda de argumentos y resolución de problemas implementadas por el modelo. Los estudiantes, a partir de las propuestas didácticas y los recursos utilizados en

clases, comienzan a comprender la importancia de desarrollar un discurso que considere razones y argumentos. Creemos que algunas competencias matemáticas se ponen en juego cuando hacen explícitas sus conjeturas y colaborar con sus pares en la búsqueda de patrones y soluciones a problemas abiertos.

Las posibilidades de conectividad e interconexión entre los estudiantes permitieron la retroalimentación entre pares, así como la entrega de opiniones y apreciaciones frente a los trabajos que desarrollaban en clases. Este es un aspecto de mucho potencial, pero también un desafío para la cultura escolar imperante, y que requiere más atención e investigación.

Los estudiantes reconocen que las actividades propuestas para ser desarrolladas con tecnología resultaron más motivadoras.

Es de destacar que el trabajo colaborativo desarrollado favoreció la reflexión y la posibilidad de compartir puntos de vista y soluciones negociadas frente a los problemas planteados.

Todo ello contribuye a un ambiente positivo en donde se favorece el logro de los aprendizajes esperados. Los estudiantes destacan muy especialmente la posibilidad de acceder a clases con tecnología en la cual tienen oportunidad de desarrollar sus competencias de búsqueda teniendo con ello un rol más protagónico en la clase.

No obstante, se pudo observar que el grado de autonomía que se le entrega al estudiante para que se haga cargo de su aprendizaje requiere de condiciones técnicas y de implementación de las actividades en el aula particulares y de profesores preparados para asumir este un nuevo rol, lo que no siempre es posible de lograr.

Cuando se introducen las TIC en la clase, se requiere que los profesores gestionen más recursos y, posiblemente, controlen más de cerca a los estudiantes. En este sentido, no es la tecnología la limitante sino el rol que asume el profesor en un modelo pedagógico que demanda menos clases tradicionales y mucho más gestión de los procesos de aprendizaje a los estudiantes que asisten a la escuela hoy.

BIBLIOGRAFÍA

- BALACHEFF, N. 2000. Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas. Bogotá, Una empresa docente y Universidad de Los Andes.
- BAUGH, I. y RAYMOND, A. 2003. Making Math Success Happen: The Best of Learning & Leading with Technology on Mathematics. Published by the International Society for Technology in Education (ISTE) EE.UU.
- DE GUZMÁN, M. 1993. Tendencias Innovadoras en Educación Matemática. Publicado por la OEI como parte de la obra: Daniel Gil Pérez / Miguel de Guzmán Ozámiz, Enseñanza de las Ciencias y de las Matemáticas. Tendencias e innovaciones. Madrid: Ibercima.
- GILLIES, R.M. 2006. Teacher's and student's verbal behaviours during cooperative and small-group learning. *British Journal of Educational Psychology*, 76 (2), 271-287.
- GARCÍA PEÑA, S. y LÓPEZ ESCUDERO O. 2008. La enseñanza de la Geometría, colección Materiales para apoyar la práctica educativa, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, México.
- MORENO ARMELLA, L. y SANTOS TRIGO, M. 2008. "Democratic access and use of powerful mathematics in an emerging country" en L. English (ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education. Directions for the 21st Century*, 2nd edn, New York, Routledge.
- PIFARRÉ, M. 2004. El ordenador y el aprendizaje de estrategias de resolución de problemas en la E.S.O. Lleida. Universidad de Lleida.
- PRENSKY, M. 2009. Digital Wisdom (H. Sapiens Digital) –Moving beyond Natives and Immigrants (in Innovate, Feb-Mar 2012). En <http://www.marcprensky.com/writing/default.asp>

- SANTOS, M. 2008. La Resolución de problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. Memoria del seminario Resolución de Problemas: 30 años después del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- SCHOENFELD, A. 1989. La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas.
- TAKAHASHI, A. 2000. Open-ended problem solving and computer instantiated manipulative (CIM) Research thesis. University of Illinois at Urbana-Champaign. En <http://www.students.edu.uiuc.edu/takahash/mcme9-cim.pdf>