CB 36

LAS POSIBILIDADES DE VALIDAR EN GEOMETRÍA: LAS RESPUESTAS DE LAS PRUEBAS ÑANDÚ

Norma DI FRANCO, Nora FERREYRA, Clarisa PAULETTI

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de La Pampa – Argentina
ndifranco@hotmail.com noraf@exactas.unlpam.edu.ar clari_arg@hotmail.com

Palabras Clave: Enseñanza, aprendizaje, validación, Geometría.

RESUMEN
Este trabajo, enmarcado en el estudio de la enseñanza y del aprendizaje de la geometría en la enseñanza obligatoria, toma como referencia respuestas desarrolladas por los niños y niñas de 10 – 11 años, participantes en el certamen escolar de la olimpíada matemática en la provincia de La Pampa (Argentina).
Nos interesó especialmente analizar las expresiones y los desarrollos que pueden dejar expresado por escrito los estudiantes, en tanto aportan a las formas de validar sus respuestas. Se caracterizaron diferentes abordajes del problema geométrico, se categorizaron las respuestas, se plantearon algunas hipótesis y se señalaron algunas conclusiones.

INTRODUCCIÓN
Este trabajo tiene origen en una inquietud que venimos sosteniendo, las profesoras y la estudiante de este pequeño grupo de estudio, preocupadas por la enseñanza y por el aprendizaje de la geometría en la escolaridad obligatoria.
Como una de las formas de abordar una problemática tan amplia y compleja, consideramos las referencias empíricas que nos proporcionan las pruebas escolares que se toman en las diferentes instancias de las Olimpíadas Matemáticas Argentinas. Nos centrarnos en ellas pensando en los estudiantes que más se animan, en los que la escuela considera como los mejores ejemplos, como una manera de comenzar por lo que lo que el sistema puede antes que por lo que no puede.
De todas las pruebas de olimpíadas, de las diferentes instancias, épocas y niveles, nos hemos concentrado en el análisis de las respuestas desarrolladas por los niños y niñas que participaron el pasado año 2011, en la Provincia de La Pampa, en la primera instancia del circuito que se lleva a cabo para la escolaridad primaria. Se trata de la prueba denominada Ñandú por la OMA, en su certamen escolar.
Nos interesa especialmente analizar las expresiones y los desarrollos que pueden dejar expresado por escrito los estudiantes, en tanto aportan a las formas de validar sus respuestas. La OMA realiza insistentes esfuerzos en comunicar que se necesita elaborar justificación de lo que se resuelve y lo deja explícitamente escrito en cada prueba: "*Escribir en la Hoja de Soluciones los cálculos y razonamientos que justifiquen las respuestas.*" (frase consignada en cada prueba, en las distintas fases de la competencia)
En la instancia escolar en nuestra provincia participaron aproximadamente 1500 niños de esta etapa de la escolaridad, de las cuales analizamos las 756 pruebas pertenecientes al Nivel 1 y, con la intención de acotar la cantidad de contenidos que se pueden considerar, sólo seleccionamos la situación problemática referida a geometría.

Ratificamos la importancia de este caso dado que:

- Es la instancia de participación más numerosa.
- En nuestra jurisdicción la mayoría son escuelas estatales, en esta instancia y nivel participaron 67 escuelas del estado y 5 privadas, es decir que estas reflexiones tienen una referencia muy anclada en la escuela pública.
- Las resoluciones que se analizan se podrían considerar como referentes de las respuestas de los niños de entre 10 y 11 años, que más se animan, que más confianza tienen en que pueden resolver.
- Los alumnos que participan en este nivel, carecen de experiencia previa como competidores de las Olimpíadas Matemática Ñandú. Luego, podríamos considerar que el nivel de motivación y seguridad en el participante es mayor respecto a niveles superiores, en donde el fracaso anterior podría convertirse en un factor negativo al momento de volver a competir. (resignación)

La prueba

XX OLIMPÍADA MATEMÁTICA ÑANDÚ CERTAMEN ESCOLAR

PRIMER NIVEL

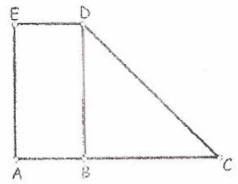
APELLIDO Y NOMBRE: [redacted]
FECHA DE NACIMIENTO: 20 de febrero DNI Nº: [redacted]
TU ESCUELA: [redacted] FECHA: 14/04/11

Escribir en la Hoja de Soluciones los cálculos y razonamientos que justifiquen las respuestas.

1) El sábado, la señora Juárez gastó $ 360 en la compra de ropa y zapatos. Gastó una cuarta parte en zapatos. El resto compró un pantalón a $ 85, una campera a $ 120 y un saco de lana. ¿Cuánto pagó por el saco?

2) A, B y C son 3 números, cada uno es el triple del anterior. Si se suman los dos más grandes y se le resta el más chico, el resultado es 99. ¿Cuáles son los 3 números?

3) La figura ACDE tiene 882 cm de perímetro.
ABDE es un rectángulo.
CD = 282 cm BC = BD
AB es la mitad de BD
¿Cuál es el perímetro del triángulo BCD?



El ítem de geometría es de respuesta única, involucra conceptualizaciones de segmentos y perímetros de figuras planas, a partir de configuraciones rectangulares y triangulares, de indiscutible inclusión en los currícula de todas las escuelas primarias, públicas, de nuestra jurisdicción. Paralelamente se trabaja con la idea de “la mitad”, asociada a las cantidades y vinculada de alguna manera, en esta edad, a los números enteros, particularmente a los números pares.
Las cantidades involucradas no aparecen como distractores, sin embargo, una posibilidad que quizás estuvo planificada desde la intencionalidad de simplificar es la aparición de las cifras 882 y 282 (882 el total, 282 la primera medida dada que se resta a los 882, arroja una cantidad de 600 para repartir entre 6 porciones iguales)

METODOLOGÍA

Consideramos todas las pruebas de Primer Nivel de la instancia escolar de la OMÑA (Olimpíada Matemática Ñandú) en la provincia de La Pampa.

Para examinar las respuestas, en primer momento se miraron en conjunto las pruebas correspondientes a 5 escuelas con la intención de establecer pautas de análisis y, posteriormente distribuir 252 pruebas para cada una de las investigadoras y completar el trabajo.
Luego de esa primera mirada, en función de organizar y resumir de alguna manera la información, agrupamos las pruebas según las diferentes características destacadas que pudimos detectar acorde a nuestra propia interpretación del registro y a las relaciones que pudimos establecer entre las distintas situaciones.
Categorizamos en 6 casos a partir de un criterio basado en las posibilidades de lo que pueden dejar escrito en torno a su proceso de resolución. En términos generales y pensando en diferentes niveles de reflexión inmersos en cada tipo, decimos:

- pueden nada, (sin palabras, no hay respuestas escritas)
- pueden escribir sólo una respuesta final, (respuestas injustificadas, no hay expresiones, cuentas ni nada en el dibujo, sólo la respuesta)
- pueden dejar algo registrado en el dibujo, (sólo en el dibujo, no hay cuentas)
- pueden escribir alguna cuenta o razonamiento, (sólo aritmética, sólo cuentas)
- escriben algún registro aritmético y utilizan también el esquema, (cuentas y dibujo)
- acompañan el registro aritmético con una explicación de su proceso de pensamiento

El análisis implicó revisar todos los protocolos nuevamente desde las implicancias matemáticas de los registros escritos y, tal como suele suceder en un estudio de tipo cualitativo, considerar algunos casos aislados, fuera de las categorías, pero que a nuestro juicio ameritan reflexiones interesantes.

Un principio de lo que se puede

1. **Sin palabras…**

Denominamos así a un primer conjunto de protocolos en los que la situación de geometría está sin resolver nada por escrito. La prueba retornó tal como fue entregada, sin ningún agregado escrito.
Tales situaciones se hallan muy diferenciadas por escuela, el porcentaje de pruebas en estas condiciones es muy elevado o muy bajo, lo cual puede dar cuenta de un tratamiento diferente de la geometría (desde otras perspectivas de notación o enunciación) o bien casi nulo en algunas instituciones.
A modo de ejemplo, podemos consignar los protocolos:
77-1, 34-29, 34-30, 34-51, 222-1, 222-4, 222-5, 192-1, ehl-6, ehl-10, 55-2

2. **Cuando se trata de respuestas injustificadas…**

Este caso incluye las pruebas que tienen por escrito alguna solución pero sin ninguna expresión que muestre indicios del razonamiento desarrollado ni que permita sostener (aún de manera incorrecta) la validez de la respuesta.
Más allá de la posibilidad de algunos resultados al azar o producto de repetir lo hecho por un compañero, podemos suponer, en muchas de las pruebas analizadas, la existencia de un proceso de reflexión, que condujo a la ausencia de explicación como una manera de negar la inconsistencia o contradicción en el razonamiento.
Una observación interesante en esta categoría es el hecho de no contar con respuestas correctas, pareciera que en algún punto de la resolución o la revisión de su trabajo, el alumno detectó “algo raro”, cuestionó de alguna manera la validez del proceso y no se animó a explicarlo, tampoco dejó registro en el dibujo, pero sin embargo confió en el valor numérico de su respuesta.
Con la idea de aproximarnos al proceso de pensamiento de los chicos, formulamos nuestras propias hipótesis acerca de cuál podría ser el razonamiento que los indujo a escribir estas respuestas. Discutimos tales hipótesis y, en algunos casos las hemos consignado con HI.
Algunos ejemplos de protocolos en esta categoría son:

Ehl-5: "el perímetro 300"
HI: será que dividió por 6 contando los segmentos (incluido BD) y como se trata de un triángulo multiplicó por 3?
34-32: "el perímetro del triángulo BCD es 6"
HI: porque hay 6 segmentos en el dibujo global?
34-33: "el perímetro del triángulo A B y C es 7cm"
HI: será que miden y suman 2cm + 2cm + 3cm?
39-5: "El perímetro de ACDE 70cm"
175-3: "Es el perimero el lado del triángulo"
HI: intentó poner la definición de perímetro?
ISF-4: "600 tiene de perímetro"
HI: Restó los números proporcionados en los datos? Por qué?

Pareciera que se prefiere omitir resultados en el dibujo -quizás porque no encajan en el esquema o resaltan alguna contradicción- o evitar las expresiones de validación que podrían exhibir que los resultados obtenidos son incorrectos. Conjeturamos que esos mínimos desarrollos en el dibujo o en las expresiones pueden actuar como inhibidores de respuestas incorrectas, que no se los usa porque estarían explicitando contradicciones.

3. La fuerza de lo contingente y ostensivo

Se incluyen en esta parte las pruebas cuya resolución consiste sólo en escrituras en el dibujo. No figuran cálculos ni otros argumentos. Es importante que intentemos, entonces, describir cada vez más de qué hablamos cuando pensamos en procesos de validación, en qué términos referimos a un trabajo ostensivo, una respuesta contingente.

El sentido de la validación, está atado al ámbito social en el cual el resolutor se inserta, ya que es en el marco de los axiomas de ese ambiente específico que debe dar cuenta de la validez de una afirmación. Según Balacheff (2000), la naturaleza o el nivel de un proceso de validación depende esencialmente de la situación, la cual implica una interacción social.

Según Itzcovich, en el año escolar que se trate,

> "Cuando hablamos de validación no estamos pensando en la elaboración acabada de un teorema con abrumantes consideraciones formales.
> Hablamos de que un alumno debe ser capaz de argumentar, de fundamentar sus conclusiones, de considerar los fundamentos de sus compañeros para aceptarlos o rechazarlos, de hacer el esfuerzo de entender la demostración hecha por otro, de intentar proponer él mismo una demostración.
> Pero a su vez, efectuada la medición y aplicada la fórmula, los valores encontrados son esos, pero para muchos otros alumnos, podrían haber sido otros. En lugar de validación hay contingencia, la cual queda claramente expresada en términos de los alumnos cuando dicen: ´A mí me dio…, a vos, ¿cuánto te dio?´." (Itzcovich, 2005:173)

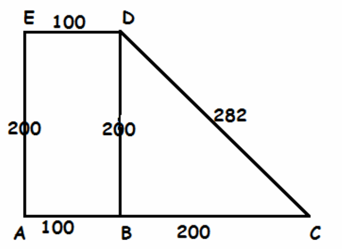
Por otra parte y, mientras que para otros conocimientos las prácticas de enseñanza de la matemática tienden a apoyarse en la resolución de problemas, en el trabajo con geometría parecen estar ausentes, privilegiándose actividades basadas en la presentación de objetos geométricos y sus propiedades. "Un rasgo de la enseñanza de la geometría está dado por la manera en que son presentados los objetos, característica que han denominado ostensiva" (Berthelot y Salin (1993/94) en Ponce, 2006: 69). La presentación ostensiva, expresa Ponce, está sostenida por la desvinculación existente entre conceptos y problemas para los cuales esos conceptos aportan una estrategia de resolución y por el papel protagónico con que aparece el dibujo.

En opinión de Balacheff (2000), la forma más elemental de una prueba es la ostensión donde los conceptos y operaciones involucradas sólo son observados. Ello no implica la ausencia del lenguaje, que no es en este caso una herramienta fundamental para transmitir el conocimiento.

Para estas pruebas elementales es importante que quien observe el registro correspondiente sea capaz de interpretar lo que se ha pretendido transmitir.
En los protocolos distinguimos distintos modos de expresión, no necesariamente excluyentes:

- Los que tienen escritos valores numéricos con medidas "reales" (llamamos así a las medidas del orden de las que figuran en el enunciado) y los que trabajan con medidas del dibujo en cm y/o alguna escala.
- Los que tienen agregadas en el esquema rayitas iguales para identificar los segmentos de igual longitud (esta es una interpretación nuestra a partir de la experiencia de larga tradición escolar de hacer eso)
- Los que señalan de alguna manera la partición de algunos segmentos
- Los que llegan a respuestas correctas y los que no.
- Los que asignan datos de lectura directa del enunciado o deducidos a partir del enunciado, ya sean correctos o incorrectos matemáticamente.

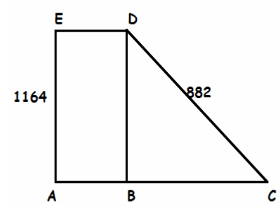
A partir de estos ejes de análisis nuevamente generamos nuestras propias hipótesis. Señalamos algunos casos que nos parecieron representativos o curiosos:
1. Apoyados en el mismo dibujo, se hacen diferentes valoraciones y/o comentarios que tratamos de interpretar.
ehl-25

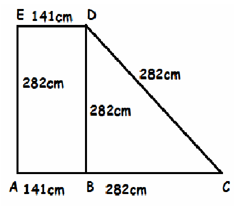


Distribuyen los valores numéricos sobre el dibujo. No escriben respuesta, sin embargo utilizan implícitamente que los lados paralelos de un rectángulo tienen la misma medida ehl-3, ehl-12, ehl-15, 34-50, 30-1, 50-1.
Escriben los números distribuidos (en algunos casos el valor numérico sólo, en otros casos el número acompañado de la unidad en cm) y la respuesta correcta: "el perímetro del triángulo es 682 cm"
30-7 "Medí todos los lados y todos esos lados los sumé y me dio 682cm.", sin embargo lo que ha hecho es distribuir correctamente en el dibujo los valores numéricos de las medidas dadas o deducidas a partir del enunciado.

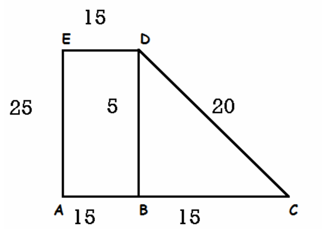
2. Registran de alguna manera la igualdad de segmentos. El registro con "rayitas" no forma parte de la simbología matemática sin embargo esa notación se halla institucionalizada y aún en este nivel, observamos que ya ha sido incorporada por muchos alumnos.
Pone rayitas en los lados que suponemos que considera de igual longitud y la respuesta correcta "el perímetro es de 682 cm"
Exhibe indicios de haber tomado la medida de los lados en el dibujo que se le presentaba en la fotocopia. La respuesta la expresa en cm y observamos que conviven diferentes medidas dadas en cm, por un lado las del dibujo que aproximó con algún instrumento (suponemos una regla) y por otro los valores numéricos que corresponderían a las medidas de la figura de acuerdo al enunciado. (31-3)
¿Cómo vincula todos esos datos?, establece una correspondencia entre unas medidas y otras?, utiliza unas para verificar de alguna manera los resultados numéricos obtenidos operando con las otras?

3. Configuraciones "extrañas del dibujo" que generalmente han conducido a respuestas incorrectas.
ehl-22 Pone dos cantidades sobre el dibujo y la respuesta: "el perímetro del triángulo es de 882 y todo entero es 1164"
HI: Suponemos que sumó 882+282 como en el caso
Vio dos números en el enunciado y como había que hacer algo, ¿simplemente los suma?





34-47 distribuye números en el dibujo, incorrectos, del orden de los valores numéricos de las medidas reales, medidas dadas en cm.
Respuesta: "el perímetro del triángulo es de 17 cm"
En forma similar al caso anterior, considera que los segmentos AE, DB, BC y DC son de igual longitud. Es decir, toma al triángulo como equilátero, sin embargo no entra en contradicción con que sea un triángulo rectángulo. También como en otros casos, conviven los 17 cm, con los números del orden de las centenas del dibujo.
Con un dibujo parecido, 34-49 señala: "el perímetro del triángulo es 846" (evidentemente sumó los 282cm adjudicados a cada lado del triángulo)

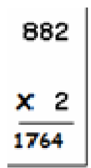


ehl-24, 34-55, 35-24 Distribuyen sobre el dibujo valores numéricos que no corresponden a las medidas indicadas en el enunciado ni a las medidas en cm del dibujo.
No parece percibir las contradicciones generadas en el rectángulo y en el triángulo con esas medidas (los lados paralelos del rectángulo tienen medidas diferentes, la suma de las medidas de dos lados del triángulo es igual a la medida del tercero). No escribe respuesta.
Desde nuestra perspectiva podríamos pensar que al poner rayitas o distribuir medidas sobre el dibujo, se han podido establecer algunas relaciones del tipo "AE mide lo mismo que BD", "Como AB es la mitad de BD y BD mide lo mismo que BC entonces AB mide la mitad de BC"
Los distintos protocolos analizados, dan cuenta de que en muchos casos no han podido hacerse cargo de tales relaciones y en otros, podríamos pensar que puede tratarse de interpretaciones basadas sólo en la percepción como único soporte para llegar a justificar la respuesta.

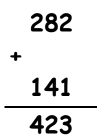
4. Sólo Aritmética (cuentas)

34-31 Resuelve: 282:2=141 luego: 141:2 = 70 y finalmente: 70:2=35
Respuesta: "el lado AB mide 35 cm"
La relación "es la mitad de" enunciada en el problema funcionó como disparador de esta sucesión de divisiones?
Cuando en la respuesta indica sólo el valor del lado AB, podríamos pensar que está soslayando adrede el cálculo del perímetro al advertir que no verifica en el enunciado, sin embargo no nos consta que se haya producido algún tipo de comprobación en ese sentido.

34-39: Hace una cuenta y responde: "el perímetro es 1764"

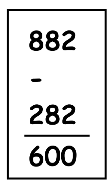


34-45, 222-2
Resuelven: 882 |2 141 0 8 luego hacen:



y responden: "el perímero es 423"

34-37, 34-38, 34-46, 143-14, 218-7, 218-1-9-15, ISJB-18-19, CST-14, CST-23: Hacen una cuenta y responden: "el perímetro mide 600"



Varias observaciones surgen de estos últimos casos. ¿Cómo explicar una respuesta como_“el perímetro es 1164 cm”, en la cual claramente 882 y 228 están sumados? o “el perímetro de la figura es de 600 cm”, donde 882 – 282 = 600? La aparición de los números dados en el enunciado relacionados mediante diferentes operaciones sugieren respuestas condicionadas por el llamado *contrato didáctico*.

En la década de los 80 Brousseau definió la noción de contrato didáctico como el conjunto de comportamientos - específicos de los conocimientos enseñados - del maestro que son esperados por el alumno y el conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el maestro.

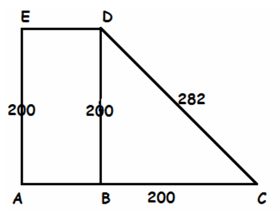
Una hipótesis explicativa nos orienta a pensar que “en las clases habituales de resolución de problemas corresponde al docente proponer problemas cuyos enunciados contengan todos los datos útiles para resolverlo. En este tipo de clases no se plantean problemas abiertos, ni problemas con datos que no se utilizan, ni problemas con datos insuficientes…” (Uniqui, 2000: 171) El alumno entonces debe determinar qué cálculos conducen a la solución. En el marco de un *contrato* de tales características, y según la percepción de lo que se espera de ellos, los estudiantes hacen su trabajo de alumno: toman los datos dados y operan.

5. Aritmética + Dibujo (cuentas + dibujo)

ehl-17, ehl-19, 164-2, 164-7, 30-1, 13-1 Hacen cuentas, distribuyen números en el esquema y responden:

“el perímetro es de 682 cm”

$$\begin{array}{r} 882 \\ - \\ 282 \\ \hline 600 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 282 \\ + \\ 200 \\ 200 \\ \hline 682 \end{array}$$

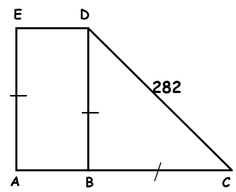


34-41:

En el dibujo hay 3 marquitas Suponemos que identificó los 3 segmentos de igual longitud. Según nuestra interpretación de las operaciones y valores involucrados, creemos que el 75 puede surgir de la división de 600 por 8, lo cual pareciera indicar que en el perímetro de la figura completa incluyó el segmento BD.

Cuentas:

$$\begin{array}{r} 882 \\ - \\ 282 \\ \hline 600 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 75 \\ \times \\ 4 \\ \hline 300 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 75 \\ \times \\ 6 \\ \hline 450 \end{array}$$



“el perímetro del triángulo es 450”

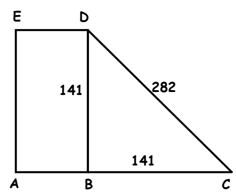
En nuestra hipótesis, 75 x 4 = 300 es la medida de, por ejemplo, DB +BC. También podría ser de EA+BC. Ahora bien, 75x6 quizás exprese conflictos con la idea de perímetro.

En el mismo orden de dificultad (creemos que considerando el segmento BD como parte del perímetro de la figura inicial), hallamos:

143-1, 262_1-2-3-4: “El perímetro del triángulo BCD es 582”.

Suponemos que al considerar 600 como la suma de las longitudes de los segmentos ED,EA,AB,BC y DB, obtiene que 150 es la medida de EA, de DB y de BC y 75 es la medida de ED y AB. Concluyendo que el perímetro es DB+BC+DC= 150+150+282=582.

222-3 Hace: $\begin{array}{r} 882 \\ 282 \\ \hline 600 \end{array}$ y la división $\begin{array}{r|l} 600 & 6 \\ \cline{2-2} 0 & 100 \\ 0 & \end{array}$, señala en el dibujo



y concluye con la cuenta:

$$\begin{array}{r} 282 \\ +\ 141 \\ 141 \\ \hline 564 \end{array}$$

Los valores otorgados a los segmentos DB y BC se supone que provienen de haber dividido al segmento DC en dos. Luego, el alumno confiaría en que la suma de dos lados de un triángulo es igual a la longitud del tercero, contradiciendo la popular desigualdad triangular.

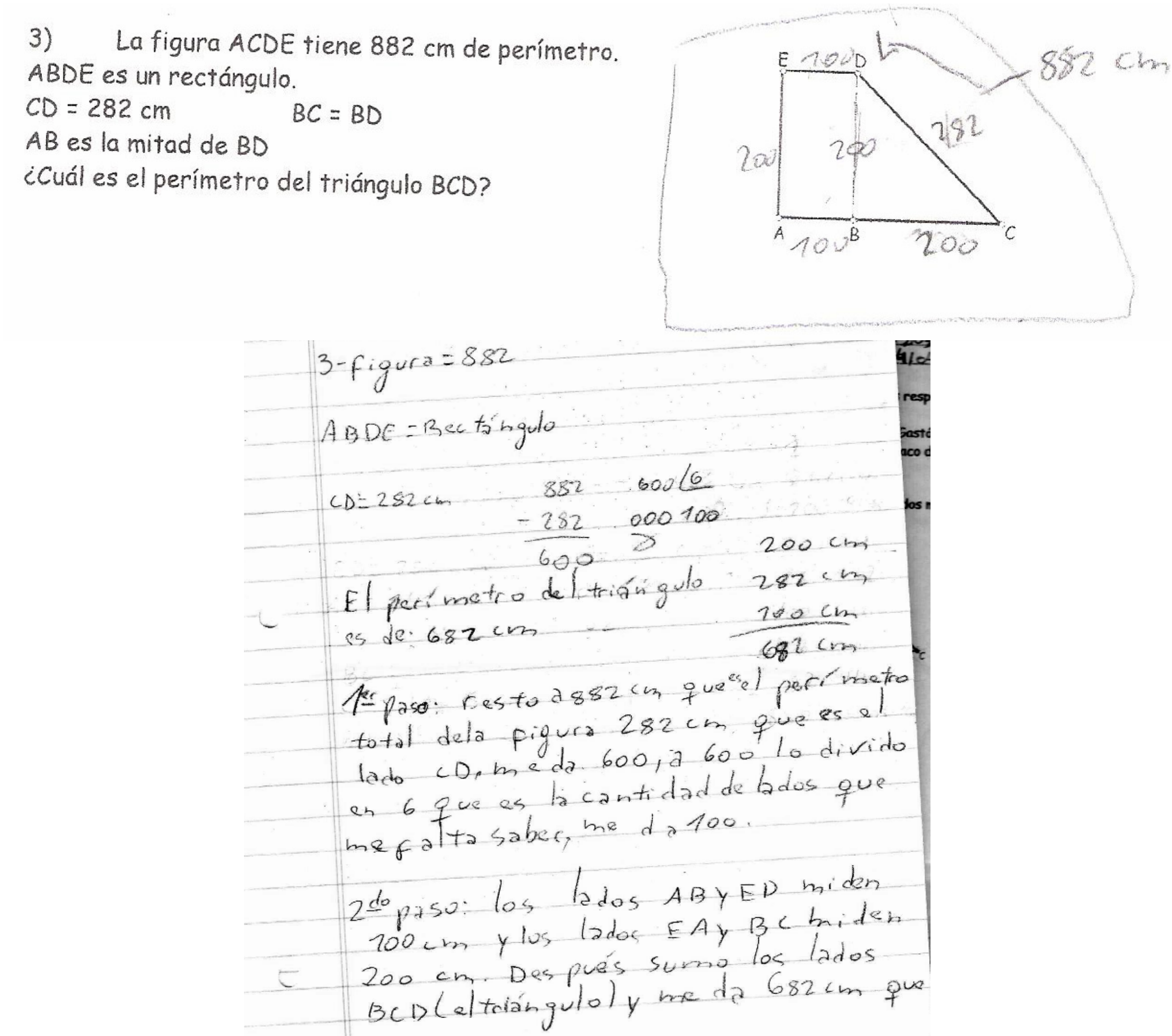
6. Se suma la comunicación…

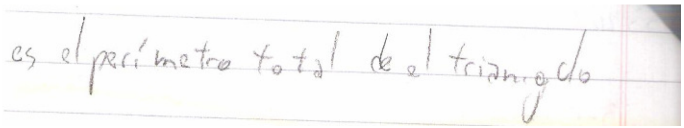
Acompañan el registro aritmético con una explicación de su proceso de pensamiento. Estos casos se dieron de manera aislada, aparecieron concentrados como fenómenos que caracterizan las prácticas de alguna escuela.

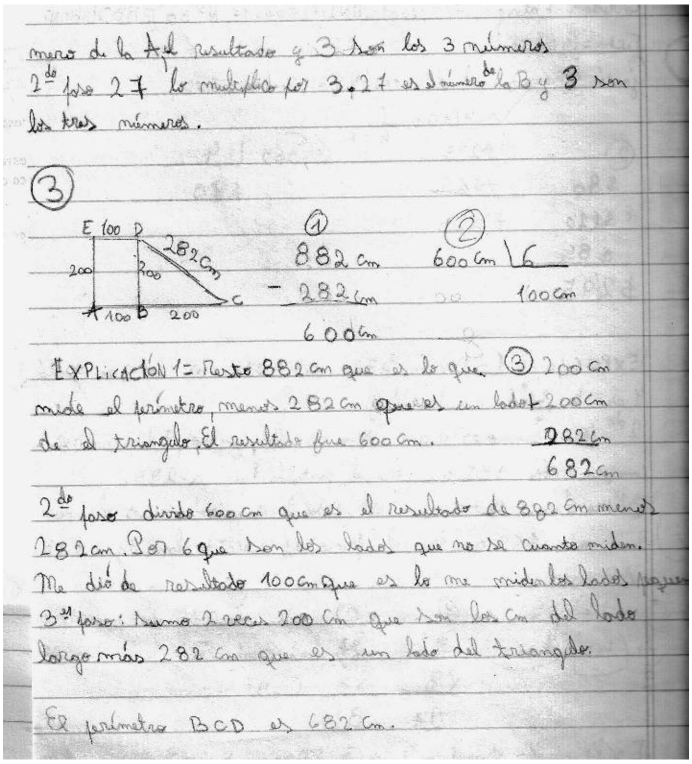
Las explicaciones quedan como testimonio de las reflexiones que están sosteniendo, que juegan de validaciones y que pueden sostenerse como procesos autónomos de defensa de la respuesta.

Un aspecto esencial a señalar es que no tenemos registro de que esos alumnos hubieran tenido entrenamiento diferente al resto. Sin embargo, si se da como fenómeno local orienta a pensar en un trabajo, quizás diferente, que se está desarrollando en la escuela, en los mismos tiempos y marcos generales de posibilidad.

Como ejemplos consideramos los protocolos 30 -1 y 30-7:







CONCLUSIONES PROVISIONALES

En primer lugar, si los porcentajes de pruebas sin resolución nos permitieran hacer una relación directa con las posibilidades de que la geometría esté presente o ausente en la tarea cotidiana escolar – dado que el trabajo geométrico se da en un dominio de conocimientos que sólo pueden atribuirse a la escuela como mucha literatura ya analiza– esto implicaría que el trabajo geométrico sigue siendo una deuda en la educación obligatoria.

En el caso de la respuesta en la cual el resultado es el único testigo de cualquier proceso que hubiera realizado un alumno para llegar a él, es muy significativo el número de respuestas incorrectas. Como hipótesis explicativa, el alumno se permite poner una respuesta pero hay algo que inhibe que escriba otros desarrollos. Nos anima a sostener que, aún por abstinente, la respuesta encubrió procesos reflexivos, que existieron mediciones, pruebas, argumentos que hay que ayudar a que se expliciten y se debatan con vistas a trabajos de validación.

Cuando las resoluciones de las pruebas implicaron sólo escrituras en el dibujo la hipótesis más fuerte nos orienta a pensar que al poner rayitas o distribuir medidas sobre el dibujo, se han podido establecer algunas relaciones del tipo "*AE mide lo mismo que BD*", "*Como AB es la mitad de BD y BD mide lo mismo que BC entonces AB mide la mitad de BC*". Distintos protocolos analizados dan cuenta de que los niños han podido hacerse cargo de tales relaciones. Es más, si analizamos en cuáles de los protocolos fueron mas frecuentes las respuestas matemáticamente correctas, éste es el caso. Quizás lo ostensivo y lo contingente, aunque insuficiente, siga postulándose como herramienta de autonomía de la que pueden hacerse cargo los niños.

En el caso de la resoluciones exclusivamente aritméticas, se ha podido ratificar que la sola presencia de cuentas tiene un valor atribuido de argumentación *per se* que es muy difícil desconocer aún cuando se evalúa que esas cuentas no aportan a la solución matemática. Suponemos que las mismas surgen por *contrato*, porque se esperan cálculos de los alumnos y, paradójicamente, acaban jugando de distractor, que aleja las posibilidades de tener control

sobre lo que se produce. Creemos que una escuela que sobrevalora los cálculos como garantía de desarrollos argumentativos se enfrenta a una necesidad inaplazable de revisión.
En los casos en que el dibujo regula y controla el trabajo sobre lo aritmético, orienta a buenas respuestas.
En otros casos, cuando no hay marcas que declaren que el dibujo está colaborando en la comprensión, persisten aquellos cálculos que ocupan el rol de argumentaciones aunque no colaboran para que el alumno advierta que no lo son, ni aportan respuestas correctas.
De lo analizado, aunque parezca una obviedad, la primera necesidad actualizada a 2011 es que se trabaje en geometría en la escuela. Luego, que se trabaje en procesos de comunicación, no sólo porque somos conscientes de las posibilidades que habilita la comunicación, sino como requisito para explicitar reflexiones y argumentos que existieron, que quedaron ausentes de escritura, contrastación o debate pero claramente están sosteniendo algunas respuestas.
Se agrega, en estas conclusiones, la importancia de reflexiones acerca de los sentidos de las validaciones en el trabajo geométrico, que pongan en discusión el sobrevalor otorgado a los cálculos como explicitadores de argumentaciones. El trabajo ostensivo, y aún contingente, ha dejado señales de ser portador de mayores posibilidades de control y de autonomía del alumno en la resolución del problema geométrico. En opinión de Balacheff (2000), la forma más elemental de una prueba es la ostensión donde los conceptos y operaciones involucradas sólo son observados. Ello no implica la ausencia del lenguaje, que no es en este caso una herramienta fundamental para transmitir el conocimiento.
El intento de comprender e interpretar posibles validaciones de los niños y niñas en geometría seguramente será un recurso significativo al momento de pensar alternativas estrategias docentes y, si bien este análisis está hecho desde los que más pueden, aporta elementos para pensar en un trabajo en geometría extensivo a toda la escolaridad obligatoria y más aún, invita a pensar en que es posible.

BIBLIOGRAFÍA

- BALACHEFF, N. 2000. Procesos de prueba en los alumnos de matemática. Bogotá, Colombia: Una Empresa docente, Universidad de los Andes.
- CRIPPA, A.L. 2000. “Evaluación del y para el aprendizaje” en Estrategias de enseñanza de la matemática. Buenos Aires: Universidad Nacional de Quilmes.
- GÁLVEZ, G. 1994. La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental, en Parra, C. e I. Saiz (comps), Didáctica de matemática. Buenos Aires: Paidós.
- ITZCOVICH, H y BROITMAN, C. 2004. Geometría En Los Primeros Años De La EGB: Problemas De Su Enseñanza, Problemas Para Su Enseñanza. Buenos Aires: Paidos.
- ITZCOVICH, H. 2005. Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a las demostraciones. Buenos Aires: libros del Zorzal.
- PONCE, H. 2006. (1era reimpresión) Enseñar y Aprender Matemática. Buenos Aires: Novedades Educativas.
- SESSA C. 1998. “Acerca de la Enseñanza de la Geometría”, en Matemática, Temas de su didáctica. Bs. As.: CONICET. Programa Prociencia.