

**Funciones y GeoGebra: Análisis de una secuencia didáctica y de las experiencias de los estudiantes interactuando con nuevas representaciones.**

**Autor: Grupo de los lunes.**

**Laura Acosta, Marina Andrés, María Brunand, Milagros Cervio, Mara Teresa Coronel, Enrique Di Rico, Romina Flores, Claudia Kerlakian, Juan Pablo Luna, Cecilia Pineda, Germán Pugliese, Valeria Ricci, Esteban Romañuk, Carmen Sessa.**

**Universidad Pedagógica Nacional- UNIPE**

**Paraguay 1255 – (C1057AAS)**

**Ciudad de Buenos Aires, Argentina.**

*carmen.sessa@unipe.edu.ar*

**Categoría del Trabajo:** Propuesta didáctica.

**Nivel Educativo:** Educación Secundaria y Educación Superior.

**Palabras Clave:** Funciones y GeoGebra, trabajo colaborativo, análisis de clase.

## **RESUMEN**

En el taller se presentará una secuencia diseñada por el Grupo de los Lunes e implementada en escuelas de algunas de las profesoras del grupo. Está ubicada curricularmente al comienzo del tema funciones en la Escuela Secundaria. Apunta a continuar con el estudio del concepto de función, entendiéndola ahora como un modelo para estudiar la variación de magnitudes geométricas. La secuencia requiere la presencia de la computadora en el aula y el trabajo de los estudiantes con un archivo GeoGebra, diseñado por nuestro grupo. Los profesores que asistan al taller serán invitados a realizar un trabajo de análisis didáctico en dos planos diferentes. Por un lado, un análisis a priori de la secuencia diseñada. Por otro lado, el análisis de producciones efectivas de los alumnos, que serán presentadas en el taller en forma de registros de clase y videos de las pantallas de las computadoras de algunos de los estudiantes.

## ACERCA DE LA SECUENCIA QUE SE ANALIZARÁ EN EL TALLER

La secuencia requiere la presencia de la computadora en el aula y el trabajo de los estudiantes con un archivo GeoGebra, diseñado por nuestro grupo. Está ubicada curricularmente al comienzo del tema funciones en la ES y en particular a continuación de algunas actividades “en lápiz y papel” de lectura e interpretación de gráficos. Se asume que la noción de función con la que abordarán los estudiantes estos problemas es muy incipiente. Esta secuencia tiene como intención enriquecer este concepto, entendiéndolo ahora como modelo para estudiar la variación de magnitudes geométricas.

El trabajo funcional que se les propone se apoyará en el registro numérico y el de gráficos cartesianos. Las funciones estudiadas se definen a partir de magnitudes variables en una figura. La representación en la pantalla liga la figura dinámica con los gráficos de las funciones. Todo este trabajo se realizará sin poner en juego las fórmulas de las funciones involucradas.

Más específicamente se trata de estudiar, en una primera etapa, qué cambia y qué no cambia de la figura dinámica al desplazar el punto F sobre el segmento AC como muestra la figura 1<sup>1</sup>:

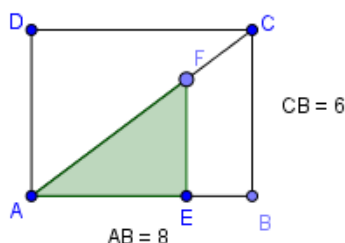


Figura 1: Imagen de la situación geométrica del problema

La interacción de los estudiantes, inicialmente, se reduce a la manipulación de un archivo GeoGebra que les proveemos, con este modelo dinámico en la vista grafica 1 (VG1). Ellos deben analizar variantes e invariantes.

Luego se define una primera función (la variación del área del triángulo AEF al cambiar la medida de AF) y se habilita la Vista Gráfica 2 (VG2) donde se representará su gráfico. Al principio se ubican puntos aislados de la función y luego se introduce un punto P móvil. Este punto está ligado a la figura geométrica dinámica por su definición, ya que la coordenada “x”

---

<sup>1</sup> La secuencia se diseñó considerando a partir de una propuesta de Abraham Arcavi, Arcavi (2008).

es la medida de AF y la coordenada “y” el área del triángulo que se obtienen en cada posición del punto F. De esta manera, al mover el punto F en la VG1, el punto P actualizará sus coordenadas y se desplazará -ligado al movimiento de F- por el plano cartesiano de la VG2 (ver figura 2).

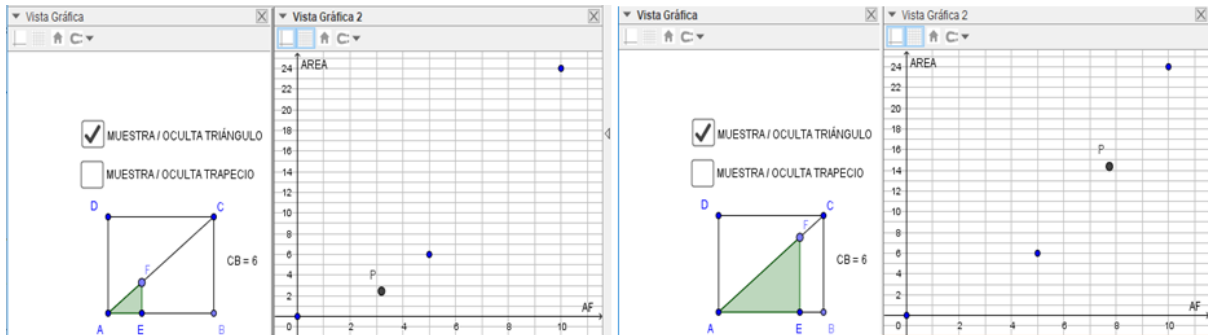


Figura 2: En estas imágenes se observa la ubicación del punto P en la VG2 para dos posiciones distintas del punto F de la VG1

Luego se incorpora la gráfica completa de la función que, junto con el punto P móvil y la figura geométrica dinámica, conforman una representación en múltiples registros ligados, sistema complejo y potente para trabajar la idea de variabilidad entre las magnitudes, propia de las funciones. (Ver figura3).

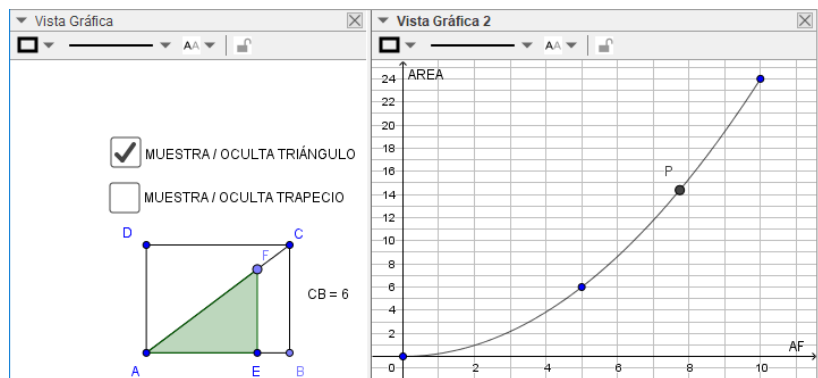


Figura 3: Múltiples registros ligados.

En la siguiente etapa, se define y estudia una nueva función: la relación entre el área del trapecio ADGF y la medida de AF (ver figura 4).

El trabajo propuesto con esta función es una nueva oportunidad para que los estudiantes manipulen este sistema de registros y reinviertan algunas técnicas y relaciones construidas en la primera etapa.

Por último, se les propone estudiar las dos funciones simultáneamente. Es así como, en las últimas actividades de la secuencia, deberán trabajar con la representación de las dos gráficas y sus respectivos puntos móviles ligados a la figura geométrica dinámica (ver figura 4).

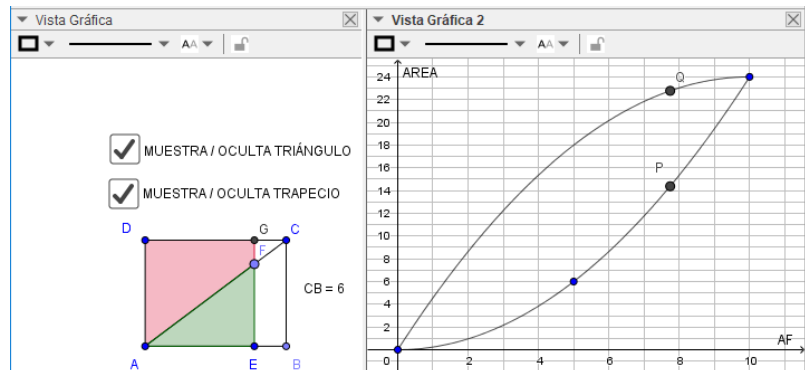


Figura 4: Representación de las dos funciones en estudio, y los puntos P y Q ligados a la situación geométrica dinámica.

Nos interesa poner en relieve que, a medida que se avanza con las actividades en la secuencia, se propone un incremento en la complejidad de los registros de representación con los que los estudiantes deben interactuar, desde una simple figura geométrica dinámica en una vista gráfica, hasta una sofisticada pantalla con dos vistas gráficas y las curvas correspondientes a dos funciones distintas ligadas a la figura geométrica.

## ACERCA DEL TRABAJO QUE SE REALIZARÁ EN EL TALLER

Los participantes del taller trabajarán en computadoras con el archivo GeoGebra diseñado por el grupo. Se propondrá la exploración personal y grupal de las actividades de la secuencia, y un análisis de la propuesta cuya intención didáctica discutiremos en el taller; así como también la anticipación de posibles resoluciones de los estudiantes de la escuela secundaria. Se espera elaborar en forma grupal una reflexión sobre las nuevas representaciones de las funciones incorporadas con el trabajo en GeoGebra y de las similitudes y diferencias con el trabajo que se realiza en “lápiz y papel”.

Por último compartiremos distintos tipos de registros de clases donde analizaremos algunos episodios del aula y producciones de los estudiantes al abordar estos problemas.

En algunos episodios que presentaremos hay alumnos interactuando con la presencia de una pantalla en la cual se va viendo el resultado de sus acciones, que resultan entramadas en las interacciones orales que se producen.

Acciones como el zoom, que no tienen correlato en el trabajo con “lápiz y papel”, dejan un margen grande de interpretación por parte de los estudiantes. Como un ejemplo de esto, analizaremos en el taller el trabajo de dos alumnas, a partir de los videos de la pantalla de la computadora en la cual están trabajando.

## REFERENCIAS

Arcavi, A. y Hadas, N. (2000). El computador como medio de aprendizaje: ejemplo de un enfoque. Netherlands. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* N° 5: 15-25.

Arcavi (2009). Modelling with graphical representation. *For the learning of Mathematics* 28, 2-10.

Borsani, V.; Di Rico, E.; Cedrón, M.; Cicala, R.; Duarte, B.; Sessa, C. (2013). Un diseño colectivo para la función cuadrática con Tic. Transformaciones en el aula. En *Prácticas pedagógicas y políticas educativas. Investigaciones en el territorio bonaerense*. Buenos Aires: UNIPE: Editorial Universitaria, en prensa.

Borsani, V.; Di Rico, E.; Cedrón, M.; Cicala, R.; Duarte, B.; Sessa, C. (2013). *La integración de programas de geometría dinámica para el estudio de la variación de magnitudes geométricas: nuevos asuntos para la didáctica*. En Resúmenes del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 16-20 septiembre 2013, Montevideo, Uruguay.

Borsani, V.; Di Rico, E.; Luna, J.; Murúa, R.; Sessa, C. (2014). *Relaciones entre magnitudes variables de familias de figuras. Un espacio potente para trabajar en el aula con Geogebra*. Taller presentado en IV Repem. Santa Rosa. Accesible en:  
<http://repem.exactas.unlpam.edu.ar//descargas/Memorias%20de%20REPEM2014.pdf>

Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 281–307